

Prüfung aus  
Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatikstudien  
(506.000)

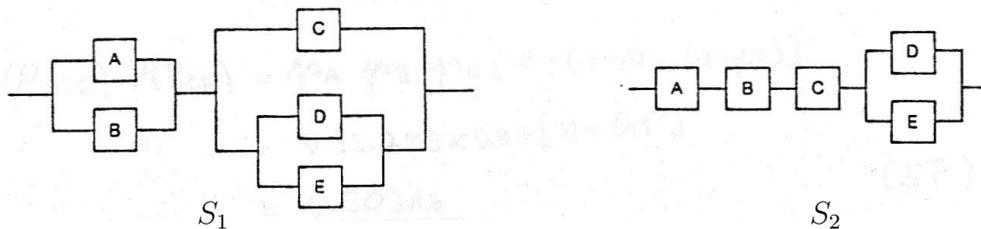
20. 12. 2010

- 1) Aus einer **Urne mit drei Kugeln**, welche die Nummern 1, 2, 3 tragen, wird *zweimal ohne Zurücklegen* gezogen. Wird im ersten Zug die Kugel mit der Nummer  $i$  gezogen, dann werden in eine **zweite Urne**, die insgesamt **vier Kugeln** enthalten soll,  $i$  weiße und  $4 - i$  schwarze Kugeln gelegt.

Die Nummer der zweiten gezogenen Kugel gibt an, wie oft *mit Zurücklegen* aus der zweiten Urne mit weißen und schwarzen Kugeln gezogen wird.

- (a) Man zeichne den dazugehörigen W!-Baum. (10P)  
(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit *keine weiße Kugel* zu ziehen? (10P)

- 2) Zwei Systeme  $S_1$  und  $S_2$  bestehen aus je 5 Komponenten, die *unabhängig voneinander* ausfallen und wie folgt angeordnet sind:



- (a) Man berechne die Zuverlässigkeit für System  $S_1$  und System  $S_2$ , falls folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben sind:

$$p_A = 0.95, \quad p_B = 0.99, \quad p_C = 0.97, \quad p_D = p_E = 0.90.$$

Welches System ist zuverlässiger? (12P)

- (b) Alle Komponenten haben die selbe Zuverlässigkeit  $p$ . Man berechne die Zuverlässigkeit für  $S_1$  und  $S_2$  und zeige, dass  $P(R_{S_1}) > P(R_{S_2})$ . (8P)

3) Die stetige Zufallsvariable  $X$  besitze eine Dichte der Form

$$f_X(x) = \begin{cases} ax & 0 \leq x \leq 1 \\ b/x^2 & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Man bestimme die Konstanten  $a$  und  $b$ , falls die Dichte  $f_X(x)$  in  $x = 1$  stetig. (6P)

(b) Man ermittle die Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  und stelle  $F_X(x)$  und  $f_X(x)$  graphisch dar. (8P)

(c) Wie lautet  $E(X)$  und wie groß ist  $P(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2})$ ? (6P)

---

4) Das Gewicht  $G$  von Brotlaiben, die in der Grazer Bäckerei A. hergestellt werden, sei normalverteilt mit  $\mu = 970$  [g] und  $\sigma = 5$  [g].

(a) Mit welcher W! unterschreitet ein Brotlaib das von der Marktbehörde geforderte Mindestgewicht von 960 g? (5P)

(b) Ein Kunde kauft 2 Brotlaibe. Man nehme an, dass diese zufällig aus einem Korb entnommen werden. Mit welcher W! beträgt das Gesamtgewicht der beiden Laibe mehr als 1.93 kg? (5P)

(c) Wie gross darf die Streuung  $\sigma$  höchstens sein, damit die W! für das Unterschreiten des Mindestgewichts kleiner als 0.01 wird? (5P)

(d) Es wird eine neue Maschine angeschafft, wodurch die Streuung  $\sigma$  auf 2 [g] verringert wird. Kann der Bäcker die Maschine auf  $\mu = 965$  [g] einstellen, ohne mit mehr als 1%-iger Wahrscheinlichkeit das Mindestgewicht zu unterschreiten? (5P)

---