

Prüfung aus
Stochastische Prozesse für Informatikstudien
(506.007)
06. 03. 2009

Familienname *Vorname* *Matrikelnummer*

- 1) Die Klausur besteht aus 2 Aufgaben. Die reine Arbeitszeit beträgt 40 Minuten.
- 2) Lösungen werden nur dann bewertet, wenn sie in diesem Exemplar durchgeführt werden.
- 3) Das Beispiel wird **nicht** anerkannt, wenn nur der Wert der Lösung vorliegt bzw. die Herleitung des Ergebnisses nicht erkennbar ist.
- 4) Viel Glück beim *Nüsseknacken*.

1.

2.

ÜB

Σ

Note:

1) Der stochastische Prozess $(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ ist gegeben durch

$$X_n = a + bZ_n Z_{n-1} + cZ_n$$

$a, b, c \in \mathbb{R}$, Z_n unabh. id. verteilt mit F mit $E(Z_n) = 0$, $Var(Z_n) = \sigma^2$.

(a) Berechnen Sie $m_n = E(X_n)$ und $Var(X_n)$.

(b) Bestimmen Sie die Kovarianzfunktion.

(c) Ist der Prozeß stationär im weiteren Sinne (begründen Sie ihre Antwort)?

- 2) Eine Urne wird mit drei Kugeln gefüllt. Die Kugeln werden zufällig ausgewählt und sind jeweils mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ rot oder blau. Nun ziehen wir aus dieser Urne eine Kugel und ersetzen die gezogene Kugel jeweils durch eine andersfärbige.

Also ziehen wir z.B. eine rote Kugel, dann wird diese durch eine blaue Kugel ersetzt. Nun wiederholen wir diesen Prozess. Sei X_n die Anzahl der roten Kugeln in der Urne zum Zeitpunkt n . Dann ist $\{X_n : n \geq 0\}$ eine Markov-Kette mit den Zuständen $\{0, 1, 2, 3\}$.

- (a) Bestimmen Sie die Startverteilung der Markov-Kette. (Verteilung von X_0 .)
 - (b) Zeichnen Sie den Übergangsgraphen der Markov-Kette.
 - (c) Ist diese Markov-Kette irreduzibel? (Begründung!)
 - (d) Bestimmen Sie die Periode von Zustand 0.
-