Prüfung aus

Stochastische Prozesse für Informatikstudien (506.007)

02. 02. 2009

---

1) Ein Angler fängt Fische gemäß eines Poisson Prozesses N_t, mit Rate $\lambda = 10$ Fische alle zwei Stunden.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fängt er in 30 Minuten keinen einzigen Fisch? (4P)

(b) Wir wissen bereits, dass er in zwei Stunden bereits 8 Fische gefangen hat. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass er in den nächsten 2 Stunden noch 6 fängt? (4P)

(c) Innerhalb von einer Stunde hat er vier Fische gefangen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er 3 dieser 4 bereits innerhalb der ersten halben Stunde gefangen? (6P)

(d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der 3. Fisch erst nach einer Stunde gefangen wird. (6P)

---

2) Sei $(X_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$, eine homogene MARKOV–Kette mit Zustandsraum $\mathcal{Z} = \{0, 1, 2\}$. Die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten sei gegeben durch

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

(a) Zeichnen Sie den dazugehörigen Übergangsgraphen. (3P)

(b) Man zeige, dass der Zustand 0 rekurrent ist, d.h. (9P)

$$f_0 = \sum_{n=1}^{\infty} f_0^{(n)} = 1\,.$$

(c) Man zeige, dass $m_0 = E(T_0) = \frac{21}{8}$. (8P)
