

Prüfung aus
Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatikstudien
(506.000)

Gruppe A
19. 12. 2011

<i>Familienname</i>	<i>Vorname</i>	<i>Matrikelnummer</i>
---------------------	----------------	-----------------------

- 1) Die Klausur besteht aus 4 Aufgaben. Die reine Arbeitszeit beträgt **80 Minuten (1h 20 Minuten)**.
- 2) Lösungen werden nur dann bewertet, wenn sie in diesem Exemplar durchgeführt werden.
- 3) Das Beispiel wird **nicht** anerkannt, wenn nur der Wert der Lösung vorliegt bzw. die Herleitung des Ergebnisses nicht erkennbar ist.
- 4) Viel Glück beim *Nüsseknacken*.

1.

2.

3.

4.

ÜB

Σ

Note:

- 1) Das deutsche Wort *Humor* wird im amerikanischen Englisch ebenfalls als HUMOR geschrieben. Ein Brite hingegen schreibt HUMOUR. Bei einer Party sind $\frac{3}{4}$ der Gäste Amerikaner und $\frac{1}{4}$ Briten. Ein zufällig ausgewählter Gast schreibt dieses Wort und danach wird zufällig ein Buchstabe des Wortes ausgewählt.
- (a) Zeichnen den zugehörigen W-Baum.
 - (b) Wie groß ist die W!, dass U ausgewählt wurde?
 - (c) Wie groß ist die W!, dass der Gast Brite ist, wenn ein U ausgewählt wurde?
 - (d) Wie ändert sich der Wert in b), wenn die Hälfte Briten und die Hälfte Amerikaner sind?
-

2) Die Zufallsvariable X besitze folgende Dichte

$$f_X(x) = \begin{cases} bx & 0 < x < 2 \\ 6b - bx & 2 \leq x < 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Bestimmen Sie die Konstante b . (4P)
- (b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F_X(x)$. (8P)
- (c) Skizzieren Sie $f_X(x)$ und $F_X(x)$. (4P)
- (d) Wie lautet $E(X)$? (4P)
-

3) Eine Maschine erzeugt Papier für die Luftpostbriefe. Die Gewichte der Briefe sind erfahrungsgemäß normalverteilt mit $\mu = 2\text{g}$ und $\sigma = 3\text{g}$. P

- (a) Mit welcher W! wiegt ein Brief mehr als 2.5g ?
 - (b) Eine Packung enthält 300 Briefe. Welche Verteilung hat das Gewicht einer Packung?
 - (c) Mit welcher W! liegt das Gewicht einer zufällig ausgewählten Packung zwischen 600g und 620g ?
 - (d) Auf welchen Wert müsste man die Streuung σ des Gewichts der Briefe verringern, damit das Gewicht einer 300-er Packung mit einer W! von 95% unter 605g liegt?
-

- 4) Ein zweidimensionaler diskreter Zufallsvektor (X, Y) besitzt folgende W-Funktion $P(X = i, Y = j)$: P

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{4}{25}$
1	0	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{5}$
2	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{30}$

- (a) Bestimmen Sie $P(X = i), P(Y = j)$.
- (b) Man berechne $E(X), E(Y)$ und $\rho(X, Y)$.
- (c) Sei $Z = X + Y$. Geben Sie die W-funktion $P_Z(Z = k)$ von Z an.
-

Tab. 7.1: Verteilungsfunktion $\Phi(z)$ der $N(0, 1)$ -Verteilung

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8718	.8729	.8749	.8870	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995

Für $z < 0$ benutze man die Relation $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$.

Prüfung aus
Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatikstudien
(506.000)

Gruppe B

19. 12. 2011

Familienname

Vorname

Matrikelnummer

- 1) Die Klausur besteht aus 4 Aufgaben. Die reine Arbeitszeit beträgt **80 Minuten (1h 20 Minuten)**.
- 2) Lösungen werden nur dann bewertet, wenn sie in diesem Exemplar durchgeführt werden.
- 3) Das Beispiel wird **nicht** anerkannt, wenn nur der Wert der Lösung vorliegt bzw. die Herleitung des Ergebnisses nicht erkennbar ist.
- 4) Viel Glück beim *Nüsseknacken*.

1.

2.

3.

4.

ÜB

Σ

Note:

- 1) Briten benutzen sowohl das Wort LICENCE als auch das Wort LICENSE. Amerikaner hingegen benutzen nur LICENSE. Bei einer Party sind $\frac{2}{3}$ der Gäste Amerikaner und $\frac{1}{3}$ Briten. Ein zufällig ausgewählter Gast schreibt dieses Wort und danach wird zufällig ein Buchstabe des Wortes ausgewählt. Wenn der Gast aus Britanien ist schreibt er immer das Wort LICENCE.
- (a) Zeichnen den zugehörigen W-Baum.
 - (b) Wie groß ist die W!, dass C ausgewählt wurde?
 - (c) Wie groß ist die W!, dass der Gast Brite ist, wenn ein C ausgewählt wurde?
 - (d) Wie ändert sich der Wert in b), wenn die Hälfte Briten und die Hälfte Amerikaner sind?
-

2) Die stetige Zufallsvariable X besitze eine Dichte der Form

$$f_X(x) = \begin{cases} ax + \frac{2}{5} & 0 \leq x \leq 1 \\ b/x^2 & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Man bestimme die Konstanten a und b , falls die Dichte $f_X(x)$ in $x = 1$ stetig. (6P)
- (b) Man ermittle die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ und stelle $F_X(x)$ und $f_X(x)$ graphisch dar. (8P)
- (c) Wie lautet $E(X)$ und wie groß ist $P(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2})$? (6P)
-

- 3) Eine Maschine erzeugt Papier für die Luftpostbriefe. Die Gewichte der Briefe sind erfahrungsgemäß normalverteilt mit $\mu = 3\text{g}$ und $\sigma = 4\text{g}$.
- (a) Mit welcher W! wiegt ein Brief mehr als 2.5g?
 - (b) Eine Packung enthält 200 Briefe. Welche Verteilung hat das Gewicht einer Packung?
 - (c) Mit welcher W! liegt das Gewicht einer zufällig ausgewählten Packung zwischen 590g und 610g?
 - (d) Auf welchen Wert müsste man die Streuung σ des Gewichts der Briefe verringern, damit das Gewicht einer 200-er Packung mit einer W! von 95% unter 605g liegt?
-

- 4) Ein zweidimensionaler diskreter Zufallsvektor (X, Y) besitzt folgende W-Funktion $P(X = i, Y = j)$:

$X \setminus Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
1	0	$\frac{1}{24}$	$\frac{5}{24}$
2	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

- (a) Bestimmen Sie $P(X = i), P(Y = j)$.
- (b) Man berechne $E(X), E(Y)$ und $\rho(X, Y)$.
- (c) Sei $Z = X + Y$. Geben Sie die W-funktion $P_Z(Z = k)$ von Z an.
-

Tab. 7.1: Verteilungsfunktion $\Phi(z)$ der $N(0,1)$ -Verteilung

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8718	.8729	.8749	.8870	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995

Für $z < 0$ benutze man die Relation $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$.