

4. Hypothesentests

4.1 Einleitung

Definition 4.1.1: Eine **Hypothese** ist eine Aussage über einen Populationsparameter.

Ziel ist es zu entscheiden (basierend auf die Stichprobe aus der Population), welche von 2 komplementären Hypothesen *wahr* ist.

Definition 4.1.2: Die beiden komplementären Hypothesen in einem Hypothesentest-Problem werden **Nullhypothese** (H_0) und **Alternativhypothese** (H_1) genannt.

Sei θ ein Populationsparameter. Das allgemeine Format der Null- und der Alternativ-Hypothese ist

$$H_0 : \theta \in \Theta_0 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \theta \in \Theta_0^c,$$

wobei Θ_0 eine Untermenge des Parameterraums Θ ist und Θ_0^c ihr Komplement.

Man möchte vielleicht testen, ob die durchschnittliche Veränderung des Blutdrucks nach Einnahme eines Medikamentes von Null verschieden ist, d.h.

$$\underbrace{H_0 : \theta = 0}_{\text{kein Effekt (Null)}} \quad \text{gegen} \quad \underbrace{H_1 : \theta \neq 0}_{\text{Effekt}}.$$

Nachdem eine Stichprobe beobachtet wurde möchte man entscheiden, ob H_0 als wahr angenommen werden kann oder ob H_0 als falsch verworfen werden soll und man sich damit dafür entscheidet, dass H_1 wahr ist.

Definition 4.1.3: Ein **Hypothesentest** ist eine Regel, welche spezifiziert,

1. für welche Stichprobenwerte man H_0 als wahr akzeptiert,
2. für welche Stichprobenwerte man H_0 verwirft und H_1 als wahr akzeptiert.

Den Unterraum des Stichprobenraums für den H_0 verworfen wird nennt man **Verwerfungsbereich** oder **kritischen Bereich**. Das Komplement davon nennt man **Annahmehbereich** oder **Akzeptanzbereich**.

Für gewöhnlich basiert ein statistischer Hypothesentest auf einer **Teststatistik** $W(\mathbf{X}) = W(X_1, \dots, X_n)$. Die Entscheidung des Tests hängt nur über $W(\mathbf{X})$ von den Daten ab.