Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik Telematik

11. 10. 2002

---

1) Ein Computerproduzent liefert seinen neu entwickelten PC *Telecon* wahlweise mit/ohne Koprozessor bzw. mit/ohne Zusatzspeicher aus. Er analysiert die ersten 1000 Bestellungen:

	mit Koprozessor	
mit Zusatzspeicher	ja	nein
ja	360	90
nein	70	480

A (B) sei das Ereignis, dass ein zufällig aus den 1000 Erstauslieferungen ausgewählter PC einen Koprozessor (Zusatzspeicher) aufweist. Man berechne folgende Wahrscheinlichkeiten

(a) $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, (2P)

(b) $P(A|B)$, $P(B|A)$, (4P)

(c) $P(A \cup B|\overline{B})$, $P(\overline{A}|\overline{B})$. (4P)

---

2) Die Symbole **0** und **1** werden unabhängig voneinander im Verhältnis 1:4 gesendet. In Folge von Übertragungsstörungen treten Kommunikationsfehler auf. Wird eine **0** gesendet so erscheint sie beim Empfänger mit Wahrscheinlichkeit 0.1 als **1**, während eine gesendete **1** beim Empfänger mit Wahrscheinlichkeit 0.05 als **0** erscheint.

(a) Zeichnen Sie den Wahrscheinlichkeitsbaum. (2P)

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein empfangenes Symbol eine **1**? (2P)

(c) Eine **1** wurde empfangen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde sie gesendet? (3P)

(d) Eine **0** wurde empfangen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde eine **1** gesendet? (3P)

---

3) In einer Produktion von 1024 Computerchips befinden sich $M = 64$, die nicht die Qualitätsnorm A erfüllen. Es werden $n = 32$ Chips *ohne Zurücklegen* gezogen. Die Zufallsvariable $X = \#$ (Computerchips, die die Norm A nicht erfüllen).

(a) Geben Sie die Formel für die exakte W–Funktion von X, sowie $E(X)$ und $Var(X)$ an. (3P)

(b) Wie lautet die Approximation durch die Binomialverteilung (Formel)? (2P)

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P_X(1 \leq X \leq 3)$ mit Hilfe der

(i) POISSON–Approximation,

(ii) Normalapproximation. (5P)

---

4) Ein Hubschrauber für touristische Rundflüge kann maximal 8 Fluggäste aufnehmen. Das totale Gewicht dieser Personen darf jedoch 620 [kg] nicht überschreiten. Die Gewichte der Fluggäste sind voneinander unabhängig und normalverteilt gemäss $N(76, 18)$ [kg] verteilt.

(a) Welche Verteilung besitzt das Gesamtgewicht der 8 Personen? (2P)

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei 8 Personen die zulässige Belastung von 620 kg überschritten? (3P)

(c) Wie hoch müsste die zulässige Belastung mindestens sein, damit sie bei 8 Personen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.99 nicht überschritten wird? (3P)

(d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei 7 Personen die zulässige Belastung von 620 kg überschritten? (2P)

---

5) Um eine bestimmte Qualitätsnorm zu erfüllen, sollen Kunststoffäden eine *Zugfestigkeit* X von mindestens 40 kg aufweisen. Die ZV X sei normalverteilt mit einer bekannten Standardabweichung $\sigma_0 = 4$ kg.

(a) Formulieren Sie einen entsprechenden Hypothesentest für die mittlere Zugfestigkeit μ aus der Sicht des Abnehmers. (2P)

(b) Bei $n = 50$ Fäden hat man eine mittlere Reißfestigkeit von $\overline{x} = 41$ kg ermittelt. Ist damit die Qualitätsnorm erfüllt? ($\alpha = 0.01$) (3P)

(c) Man nehme an, dass die mittlere Reißfestigkeit bei $\mu_1 = 40.5$ kg liegt. Welchen Fehler 2. Art begeht man dabei? (3P)

(d) Wie lautet ein einseitiges 99%-Konfidenzintervall für μ? (2P)

---

6) Das Computernetzwerk eines Instituts der TU Graz soll erneuert werden, wenn während der Hauptbetriebszeit im Mittel mehr als $\lambda_0 = 6$ Zugriffe pro Minute auf den Server stattfinden. Die Zufallsvariable $X_i = \#(\textit{Zugriffe/min})$ sei POISSON–verteilt mit Parameter λ.

Eine vierstündige Registrierung ($n = 240$) an einem stressigen Arbeitstag ergab insgesamt 1525 Zugriffe auf den Server.

(a) Formulieren Sie einen entsprechenden Hypothesentest für den Parameter λ der POISSON–Verteilung. Prüfen Sie die oben angegebene Stichprobe zum Niveau $\alpha = 0.01$ mit Hilfe der Teststatistik $S_n = \sum_{i=1}^{240} X_i$, die näherungsweise normalverteilt ist. Wird man aufgrund des Tests ein neues Netzwerk brauchen? (7P)

(b) Berechnen Sie näherungsweise $P_{\lambda_0}(S_n \leq 1525)$. (3P)

Hinweis: Gehen Sie wie beim Test für den Parameter p der Binomialverteilung vor.
