Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik Telematik

12. 11. 1999

1) Bezeichne K, R bzw. S die Ereignisse, daß die *Kleine Zeitung*, die *Kronenzeitung* bzw. der *Standard* in einem österreichischen Haushalt gelesen wird. Es sei bekannt, daß $P(K) = 0.7$, $P(R) = 0.5$, $P(S) = 0.6$, $P(K$ aber nicht $R) = 0.3$, $P(R$ und $S) = 0.2$, $P(K$ und R und $S) = 0.1$.

Man bestimme die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse

(a) A_1: S und R, aber nicht K. (4P)

(b) A_2: R und K, aber nicht S. (4P)

(c) A_1 oder A_2. (2P)

---

2) Ein Flugzeugbauer interessiert sich für die Zuverlässigkeit seiner beiden Flugzeugtypen. Die im folgenden angegebenen Wahrscheinlichkeiten beziehen sich dabei auf einen bestimmten Flug. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß ein Flugzeug den Zielort nicht erreicht.

(a) Die 3-motorige Maschine fällt aus, wenn der Hauptmotor in der Mitte oder die beiden Seitenmotoren ausfallen. Die Motoren fallen dabei unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.0003$ aus. (5P)

(b) Die 2-motorige Maschine fällt aus, wenn beide Motoren ausfallen. Die Ausfallswahrscheinlichkeit beträgt $p = 0.0003$. Wenn einer der Motoren ausgefallen ist, dann erhöht sich die Wahrscheinlichkeit des Ausfalls auch des anderen (wegen erhöhter Belastung) auf 0.001. (5P)

---

3) Für zwei Stellen in einem Ausschuß der Studienrichtung Telematik bewerben sich 3 Studenten, 3 Assistenten und 2 Professoren. Alle erfüllen das Anforderungsprofil gleichermaßen und man entschließt sich zu einer zufälligen Auswahl zweier Personen. Bezeichne X, Y, Z die Anzahl der Studenten, Assistenten bzw. Professoren, die in den Ausschuß kommen.

(a) Man bestimme die marginalen Verteilungen der Zufallsvariablen X, Y und Z. (4P)

(b) Man bestimme die gemeinsame Verteilung von X und Y. (3P)

(c) Berechnen Sie die Kovarianz $Cov(X, Y)$ zwischen X und Y. Sind die beiden Zufallsvariablen voneinander unabhängig? (3P)

---

4) Die gemeinsame Dichte eines Zufallsvektors sei gegeben durch

$$f_{X,Y}(x, y) = 4x(1 - y), \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1.$$

(a) Berechnen Sie die Randdichten von X und von Y. (2P)

(b) Berechnen Sie $E(X)$, $E(Y)$. (3P)

(c) Berechen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X > \frac{1}{2}, Y > \frac{1}{2})$. (2P)

(d) Sind die beiden Zufallsvariablen unabhängig? (3P)

---

5) Im Rahmen einer Studie eines Pharmakonzerns soll untersucht werden, ob zwei Medikamente einen Einfluß auf die Reaktionsschnelligkeit der Patienten haben.

Zu diesem Zweck wurden 10 Probanden ausgesucht und in einem Test deren Reaktionsschnelligkeit V_0 in Sekunden gemessen. Alle 10 bekamen daraufhin, unter Einhaltung eines genügend großen zeitlichen Abstandes, zwei Medikamente verabreicht. Es wurden jeweils die Reaktionszeiten V_1, V_2 gemessen. Die folgende Tabelle beinhaltet die Differenzen $V_1 - V_0$ bzw. $V_2 - V_0$.

Medikament 1	0.36	0.12	0.03	-0.08	0.42	-0.13	-0.26	0.32	0.09	-0.03
Medikament 2	-0.04	0.06	0.42	0.17	-0.35	-0.21	0.24	0.09	-0.09	0.01

Bezeichne μ_i die erwartete Wirksamkeit von Medikament i; $i = 1, 2$.

(a) Haben die Medikamente einen positiven Einfluß auf die Reaktionsgeschwindigkeit ($\alpha = 0.05$)? (3P)

(b) Geben Sie 95%-Konfidenzintervalle für μ_1, μ_2 an. (3P)

(c) Stellen Sie durch einen Test fest, ob ein Unterschied in der Wirksamkeit der beiden Medikamente besteht ($\alpha = 0.05$). (4P)

---

6) Die folgenden Meßwerte seien eine Realisierung von unabhängigen und identisch $N(\mu, \sigma)$-verteilten Zufallsvariablen

0.84	0.01	0.35	-0.76	-0.11	-0.17	0.16	0.63	-0.09	0.22	0.35

(a) Man gebe einen Test für Prüfung der Nullhypothese $\mu = \mu_0$ zum Niveau $\alpha = 0.02$ an. (3P)

(b) Man gebe alle μ_0 an, für die dieser Test nicht zur Ablehnung der Nullhypothese führt. (4P)

(c) Man gebe ein zweiseitiges 98%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert der Meßreihe an. (3P)
