**Prüfung aus**

# Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik Telematik

## 17. 05. 2002

---

**1)** Man nehme an, dass ein Kalenderjahr aus $n = 52$ Wochen ($= 364$) Tagen bestehe. Es seien 15 Personen anwesend.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den 15 Personen mindestens eine Person befindet, die in einer *bestimmten* Woche Geburtstag hat? (2P)

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben mindestens zwei der 15 Personen die selbe Geburtswoche? (2P)

(c) Ab wieviel anwesenden Personen ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter ihnen mindestens eine Person mit Geburtswoche 20 ist, größer als 1/2? (3P)

(d) Für wieviele Personen ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle in verschiedenen Wochen geboren sind ca. 1/2? (3P)

**2)** Christoph hat einen Würfel angefertigt, dessen Flächen die Zahlen $1, 1, 1, 1, 2, 2$ tragen. Er bietet Markus folgendes Spiel an: *Der Würfel wird dreimal geworfen. Erscheint dabei die Eins öfter als die Zwei, dann gewinnt Christoph, sonst Markus.*

(a) Wie groß ist die Gewinnwahrscheinlichkeit von Christoph? (2P)

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Markus in fünf Spielen höchstens zweimal? (3P)

(c) Wie oft müssen die beiden spielen, damit Markus mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.98 mindestens einmal gewinnt? (3P)

(d) Man vereinbart folgende Auszahlungen: Wenn Christoph gewinnt, erhält er von Markus 1 Euro. Gewinnt Markus, dann erhält dieser von Christoph 3 Euro. Ist dies günstig für Markus? (2P)

**3)** Die Zufallsvariablen $X_i$ besitzen eine der angegebenen Verteilungen:

(i) Poissonverteilung mit $\lambda = 10$,

(ii) Binomialverteilung mit $n = 40$, $p = 1/4$,

(iii) Normalverteilung mit $\mu = 10$ und $\sigma = 3$.

(a) Wie ist die Summe $S = \sum_{i=1}^{10} X_i$ für (i), (ii) und (iii) verteilt? (3P)

(b) Es sei $\overline{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$. Bestimmen Sie $P_{\bar{X}}(\overline{X} \leq 11)$ für (i) und (ii) approximativ und für (iii) exakt. (4P)

(c) Wie lautet $E(\bar{X}^2)$ in den drei Fällen? (3P)

**4)** Die Dichte $f_{X,Y}(x,y)$ eines Zufallsvektors $(X,Y)$ sei durch

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cy(x+y) & 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

festgelegt.

(a) Bestimmen Sie $c$. (3P)

(b) Wie lauten die Randdichten $f_X(x)$ und $f_Y(y)$. (3P)

(c) Sind $X$ und $Y$ unabhängig? (1P)

(d) Berechnen Sie $E(X)$ und $E(Y)$. (3P)

**5)** Eine Gruppe von $n = 41$ Telematikstudenten nimmt an einem Lungenfunktionstest teil. Für die dabei ermittelte forcierte Einsekundenkapazität FEV1 ergab sich ein Mittelwert von $\overline{x} = 4.4\,[l]$ und eine Standardabweichung von $s = 0.4\,[l]$.

(a) Wie lautet das zweiseitige 95%–Konfidenzintervall für den unbekannten Mittelwert $\mu$? (2P)

(b) Man gebe ein 95%–Konfidenzintervall für $\sigma^2$ an. (3P)

(c) Ist die mittlere Einsekundenkapazität $\mu$ der Studenten signifikant größer als $\mu_0 = 4.2\,[l]$? Formulieren Sie einen Hypothesentest mit $\alpha = 0.01$. (3P)

(d) Ist die Varianz $\sigma^2$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ signifikant kleiner als $\sigma_0^2 = 0.25$? (2P)

**6)** Eine Blumengroßhandlung rechnet damit, dass für den Muttertag 6000 Rosen verkauft werden. Erfahrungsgemäß werden beim Transport 12% der Rosen beschädigt.

(a) Wie groß ist eine Stichprobe zu wählen, um diesen Anteil $p = 0.12$ auf $\pm 3\%$ genau mit 95%iger Sicherheit zu schätzen? (3P)

(b) Wie viele Rosen muß der Händler bestellen, um mit 50%iger Wahrscheinlichkeit nicht in Schwierigkeiten zu kommen? (3P)

(c) Ein Konkurrent behauptet, dass bei ihm nur *höchstens* 10% der Rosen beschädigt würden. Der Händler untersucht 300 Stück und findet 34 beschädigte Rosen. Ist der Behauptung des Konkurrenten zum Niveau von $\alpha = 0.05$ zu trauen? (4P)