Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik Telematik

18. 05. 2001

---

1) Gegeben sei ein Parallelrechner mit $n \geq 2$ voneinander *unterscheidbaren* Prozessoren und $k \geq 1$ voneinander *nicht unterscheidbaren* Jobs.

(a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, diese Jobs auf die einzelnen Prozessoren zu verteilen, wenn jedem Prozessor auch mehrere Jobs zugeteilt werden dürfen? Wie groß ist diese Anzahl für $n = 2$ und $k = 5$? (3P)

(b) Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, daß der erste Prozessor *keinen Job* zugeteilt bekommt. Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit für $n = 2$, $k = 5$? (3P)

(c) Wie lautet die Wahrscheinlichkeit, daß jeder Prozessor *mindestens einen Job* zugeteilt bekommt? Geben Sie den Wert für $n = 2$, $k = 5$ an. (4P)

---

2) Bei der Übertragung auf einem binären Kanal kommen die Zeichen **O** und **L** im Verhältnis 3 : 4 vor. Ein **O** wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% fehlerhaft übermittelt (d.h. als **L** empfangen), ein **L** mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% (d.h. als **O** empfangen).

(a) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß bei der Übertragung eines Zeichens ein Fehler auftritt. (2P)

(b) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß ein **O** empfangen wird, und veranschauliche den Rechenweg durch einen W–Baum. (3P)

(c) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß tatsächlich

i. ein **O** gesendet wurde, wenn ein **O** empfangen wird und

ii. ein **L** gesendet wurde, wenn ein **L** empfangen wird. (5P)

---

3) Sei X eine Zufallsvariable mit einer überall stetigen Dichte $f_X(x)$ der Form

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ c_1 & -1 < x < 0 \\ c_2 e^{-x} & x \geq 0. \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie c_1 und c_2. (3P)

(b) Wie lautet $F_X(x)$? (3P)

(c) Stellen Sie $f_X(x)$ und $F_X(x)$ graphisch dar. (2P)

(d) Bestimmen Sie $P_X(X > -1/2)$. (2P)

---

4) Die Zufallsvariablen V und D bezeichnen die Länge des Diplomarbeitsvortrages und der anschließenden Diskussion.

(a) Es sei

$$\begin{aligned} E(V) &= 30[\text{min}], \quad Var(V) = 16[\text{min}^2] \\ E(D) &= 15[\text{min}], \quad Var(D) = 9[\text{min}^2] \\ \rho(V,D) &= -0.5. \end{aligned}$$

Die Gesamtdauer ist $G = V + D$. Wie lauten $E(G)$ und $Var(G)$? (5P)

(b) Es sei $V \sim N(30,4)$, $D \sim N(15,3)$ und $\rho(V,D) = 0$, also V und D unabhängige Zufallsvariable. Berechnen Sie die Zeitdauer d für die gilt $P_G(G \leq d) = 0.95$. (5P)

---

5) Bei der Produktion von bestimmten Bauteilen für elektronische Geräte entstehen mit einer (unbekannten) Wahrscheinlichkeit p defekte Stücke. Um Aufschluß über die Wahrscheinlichkeit p zu bekommen, wird bei laufender Produktion eine Stichprobe von n Bauteilen entnommen, die auf ihre Funktionstüchtigkeit überprüft werden.

(a) Man bestimme für $n = 500$ ein konkretes ein– und zweiseitiges 95%–Konfidenzintervall für p, wenn 58 der 500 überprüften Bauteile defekt sind. (5P)

(b) Man ermittle den Stichprobenumfang n so, daß die Länge des zweiseitigen 95%–Konfidenzintervalls nicht größer als 0.05 wird. (5P)

---

6) Der weltbekannte Motorenentwickler VLA behauptet, daß der durchschnittliche Ausstoß μ_V von NO_x bei einem neuen Motor–Typ maximal 0.5 [g/km] beträgt. Eine Überprüfung bei 31 Motoren am Prüfstand ergab den empirischen Mittelwert $\overline{x}_V = 0.48$ und die empirische Standardabweichung $s_V = 0.1$.

(a) Überprüfen Sie die Behauptung von VLA mittels eines geeigneten Hypothesentests und geben Sie den kritischen Bereich für den mittleren NO_x-Ausstoß an ($\alpha = 0.01$). (4P)

(b) Bei einem vergleichbaren Motor–Typ der Konkurrenzfirma LVA ergab die Überprüfung bei 31 Motoren die Werte $\overline{x}_L = 0.46$ und $s_W = 0.08$. Gibt es einen signifikanten Unterschied im NO_x-Ausstoß der beiden Motor–Typen? ($\alpha = 0.05$). Überprüfen Sie auch die Voraussetzung des Tests. (6P)
