Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik
Telematik

19.05.2000

---

1) Aus einer Urne mit zwei Kugeln, die die Nummern 1, 2 tragen, wird eine zufällig gezogen. Wird die Kugel mit der Nummer i gezogen, dann werden in eine zweite Urne, die insgesamt vier Kugeln enthalten soll, i schwarze und $4-i$ weiße Kugeln gelegt und daraus i Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

(a) Man zeichne den dazugehörigen Wahrscheinlichkeitsbaum. (5P)

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit *keine schwarze Kugel* zu ziehen? (5P)

---

2) Die Telefonvermittlung der TU Graz hat in der Hauptbetriebszeit pro Stunde durchschnittlich 120 Anrufe zu bedienen. Die Vermittlung ist überlastet, wenn mehr als 5 Anrufe in 2 Minuten eintreffen. Die Anzahl X der *Anrufe pro Zeiteinheit* sei POISSON–verteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß

(a) die Vermittlung während 2 beliebig herausgegriffener Minuten überlastet ist? (4P)

(b) in einer beliebigen Zeitspanne von 5 Minuten *kein* Anruf kommt? (1P)

(c) innerhalb von 30 Minuten zwischen 60 und 100 Anrufe kommen? (5P)

---

3) (a) Die Zufallsvariable X sei $N(\mu, \sigma)$-verteilt. Bestimmen Sie die Parameter μ und σ, wenn $F_X(10) = 0.9$ und $F_X(12.5) = 0.95$. (4P)

(b) Die Lebensdauer X eines Motors sei exponentialverteilt mit Parameter $\lambda = \frac{1}{20}$; d.h. $E(X) = 20$. Berechnen Sie $P_X(X \leq 12)$. (3P)

(c) Anzahl X der fehlerhaften Stücke aus einem Los vom Umfang $n = 100$ sei Binomial-verteilt mit Parameter $n = 100$ und $p = 0.05$ (=Wahrscheinlichkeit eines Fehlers). Wie groß ist $P_X(X \leq 2)$? (3P)

---

4) Die Zugfestigkeiten X und Y zweier Arten von Nylonfasern haben die gemeinsame Dichte

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxye^{-(x+y)/2} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Für welches c ist $f_{X,Y}(x,y)$ eine Dichte? (4P)

(b) Bestimmen Sie die Randdichten $f_X(x)$, $f_Y(y)$. (3P)

(c) Sind X und Y unabhängig? (1P)

(d) Wie lautet die Korrelation $\rho(X,Y)$? (2P)

---

5) In einer Papierfabrik werden von einer laufenden Rolle Papier Bögen geschnitten, die eine bestimmte Länge haben sollen. Es wird angenommen, daß die Länge L $N(\mu, \sigma)$–verteilt sei. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 16$ ergab eine mittlere Länge $\bar{x} = 178\ [mm]$ bei einer empirischen Varianz von $s^2 = 2.15\ [mm^2]$.

(a) Bestimmen Sie ein zweiseitiges und ein einseitiges Konfidenzintervall für μ zum Niveau $1 - \alpha = 0.95$. (5P)

(b) Wie lautet die obere Grenze eines einseitigen 95%–Konfidenzintervalls für die Varianz σ^2? (3P)

(c) Kann die Hypothese $H_0 : \sigma^2 \leq 1.2\ [mm^2]$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden? (2P)

6) Um die Genauigkeit eines neuentwickelten Gerätes zur Messung von Weglängen im Gelände zu überprüfen, wurde eine 1000 Meter lange Strecke zehnmal vermessen.

Messung i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	998.4	1001.1	1002.5	1000.5	999.1	997.4	1000.0	999.3	996.2	998.3

(a) Man teste zum Niveau $\alpha = 0.05$, ob das Gerät im Mittel die korrekte Entfernung angibt. (5P)

(b) Kann die Hypothese, daß die Varianz σ^2 den Wert $\sigma_0^2 = 4\,[m^2]$ nicht unterschreitet, verworfen werden ($\alpha = 0.05$)? (5P)