Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik
Telematik

12. 03. 1999

1) Ein internationaler Konzern im Telekommunikationsbereich hat in seinem Assessment-Center Studienabgänger getestet und 500 von ihnen auf Grund ihrer Eignung aufgenommen. Nach einer bestimmten Einarbeitungszeit wird deren Leistung festgestellt, wobei folgende Ereignisse betrachtet werden:

E_1 = Ausgezeichnete Eignung, E_2 = Sehr gute Eignung,
L_1 = Ausgezeichnete Leistung, L_2 = Sehr gute Leistung, L_3 = Gute Leistung.

Folgende Häufigkeiten liegen vor.

	L_1	L_2	L_3
E_1	100	90	40
E_2	70	120	80

Für einen zufällig herausgegriffenen Studienabgänger berechne man folgende Wahrscheinlichkeiten.

(a) $P(E_2)$, $P(L_1)$, (2P)

(b) $P(E_2|L_1)$, $P(L_3|E_1)$, (4P)

(c) $P(E_1|L_2 \cup L_3)$, $P(L_1 \cup L_2|E_2)$. (4P)

---

2) Am Grazer Franz-Josefs-Markt werden 25 Äpfel im Sonderangebot verkauft, wovon 8 zur Qualitätsklasse 2 ($QK\,2$) gehören. Ein sparsamer Telematiker kauft 10 Stück der angebotenen Äpfel.

(a) Es sei $X = \#$ (*gekaufte Äpfel aus* $QK\,2$). Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an. (3P)

(b) Wie lauten $E(X)$ und $Var(X)$? (2P)

(c) Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten $P_X(X = 0)$, $P_X(2 \leq X \leq 4)$? (5P)

---

3) X sei eine stetige Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x/2 & 0 \leq x < 1 \\ a + b/x & 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie die Konstanten a und b. (3P)

(b) Wie lautet die Dichte $f_X(x)$? (2P)

(c) Stellen Sie $F_X(x)$ und $f_X(x)$ graphisch dar. (2P)

(d) Bestimmen Sie die Quartile x_p, definiert durch $F(x_p) = p$ für $p = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$. (3P)

---

4) Für eine Institutskonferenz sollen 2 Studenten *zufällig* aus einem Pool von 9 Studenten, der aus 2 Drittsemestrigen, 3 Fünftsemestrigen und 4 Studenten aus höheren Semestern besteht, ausgewählt werden. Sei $X = \#$*(Drittsemestrige)* und $Y = \#$*(Fünftsemestrige)*, die in die Institutskonferenz gewählt werden.

(a) Bestimmen Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion $P_{X,Y}(X = i,\, Y = j)$ von (X, Y). (4P)

(b) Wie lauten $P_X(X = i)$, $P_Y(Y = j)$? (2P)

(c) Sind X und Y unabhängig? (2P)

(d) Berechnen Sie $P_{X,Y}(X = 1, 0 \leq Y \leq 1)$ und $P_{X,Y}(X = 0, 1 \leq Y \leq 2)$ (2P)

---

5) Um eine bestimmte Qualitätsnorm zu erfüllen, sollen Kunststoffäden eine *Zugfestigkeit* X von mindestens 30 kg aufweisen. Die ZV X sei normalverteilt mit einer Standardabweichung $\sigma_0 = 3$ kg.

(a) Formulieren Sie einen entsprechenden Hypothesentest für die mittlere Zugfestigkeit μ aus der Sicht des Abnehmers. (2P)

(b) Bei $n = 60$ Fäden hat man eine mittlere Reißfestigkeit von $\overline{x} = 31$ kg ermittelt. Ist damit die Qualitätsnorm erfüllt? $(\alpha = 0.01)$ (3P)

(c) Man nehme an, daß die mittlere Reifestigkeit bei $\mu_1 = 30.5$ kg liegt. Welchen Fehler 2. Art begeht man dabei? (3P)

(d) Wie lautet ein einseitiges 99%-Konfidenzintervall für μ? (2P)

---

6) Der globale Autoproduzent Daysler behauptet, daß der durchschnittliche Ausstoß μ_D von NO_x bei einem bestimmten PKW-Typ maximal 0.6 [g/km] beträgt. Eine Überprüfung bei 41 Autos ergab die Werte $\overline{x}_D = 0.59$ und $s_D = 0.1$.

(a) Überprüfen Sie die Behauptung von Daysler mittels eines geeigneten Hypothesentests und geben Sie den kritischen Bereich für den mittleren NO_x-Ausstoß an $(\alpha = 0.05)$. (4P)

(b) Bei einem vergleichbaren PKW-Typ der Konkurrenzfirma Waudi ergab die Überprüfung bei 41 Autos die Werte $\overline{x}_W = 0.57$ und $s_W = 0.15$. Gibt es einen signifikanten Unterschied im NO_x-Ausstoß der beiden PKW-Typen? $(\alpha = 0.05)$. Überprüfen Sie auch die Voraussetzung des Tests. (6P)
