Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik Telematik

22. 06. 2001

---

1) Die Familie Palm besteht aus drei Personen: Vater, Mutter und Tochter. Sie besitzen alle den Führerschein und benutzen dasselbe Auto. Damit es keine Streitigkeiten gibt, hat man vereinbart, dass der Vater den Wagen an vier Tagen der Woche, die Tochter an zwei und die Mutter an einem Tag benutzen darf. Der Wagen steht jedem Familienmitglied nur an dem ihm zugeteilten Tag zur Verfügung. Aufgrund längerer Erfahrung weiß die Familie, dass die Wahrscheinlichkeit, ein Strafmandat durch falsches Parken zu erhalten, beim Vater 20%, bei der Mutter 10% und bei der Tochter 25% beträgt.

(a) Zeichnen Sie den entsprechenden Wahrscheinlichkeitsbaum. (2P)

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass an irgendeinem Tag das falsch geparkte Auto von der Polizei aufgeschrieben wird? (4P)

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es die Tochter oder die Mutter an diesem Tag benutzt hat? (4P)

---

2) In einem Korb eines Bauernmarktes sind unter 24 Äpfeln 4 Äpfel minderer Qualität. Vier aufeinanderfolgende Kunden kaufen je einen Apfel, falls der von ihnen zufällig herausgegriffene Apfel *nicht minderer* Qualität ist. Man bestimme die Wahrscheinlichkeitsfunktion, den Erwartungswert und die Varianz der Zufallsvariablen $X = \#$ (verkaufte Äpfel), für die Fälle, dass

(a) ein Apfel minderer Qualität in den Korb zurückgelegt wird, (4P)

(b) ein Apfel minderer Qualität in den Kompostkübel geworfen wird. (4P)

(c) Wie lautet $P_X(X = 2)$ für (a) und (b)? (2P)

---

3) Die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen X ist gegeben durch

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{c_1}{2}x^2 + c_1 x + c_2 & 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & 2 < x. \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie die Konstanten c_1 und c_2. (3P)

(b) Wie lautet die Dichte $f_X(x)$? (2P)

(c) Stellen Sie $f_X(x)$ und $F_X(x)$ graphisch dar. (2P)

(d) Berechnen Sie $E(X)$ und $Var(X)$. (3P)

---

4) Eine Kiste Mineralwasser enthält 20 Flaschen. Das Gewicht einer vollen Flasche F und einer leeren Kiste K sei jeweils normalverteilt mit $\mu_F = 1.2$ [kg], $\sigma_F = 0.16$ [kg], $\mu_K = 2.5$ [kg], $\sigma_K = 0.2$ [kg].

(a) Bestimmen Sie die Verteilung des Gewichts einer vollen Mineralwasserkiste. (3P)

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wiegt eine volle Mineralwasserkiste zwischen 26 und 28 kg? (3P)

(c) Wieviele volle Mineralwasserkisten darf ein LKW-Fahrer laden, wenn die zulässige Nutzlast von 2500 kg mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.95 *nicht überschritten* werden soll? (4P)

---

5) In einer wissenschaftlichen Untersuchung über die Festigkeit von Betonsorten ergaben sich bei zwei Betonsorten folgende Meßwerte (in kp/cm^2)

Sorte 1:	150.1	150.4	150.6	151.0	151.3	149.9	149.6	149.2	151.5	148.8
Sorte 2:	149.8	150.7	151.2	152.2	153.0	149.1	148.5	147.5		

Es darf angeommen werden, dass die Stichprobe Realisationen aus $N(\mu_i, \sigma_i)$, $i = 1, 2$ sind.

(a) Prüfen Sie zum Niveau $\alpha = 0.1$ die Annahme, daß $\sigma_1 = \sigma_2$. (3P)

(b) Prüfen Sie mit einem geeigneten Testverfahren die Annahme gleicher Mittelwerte ($\alpha = 0.05$). (4P)

(c) Geben Sie zweiseitige Konfidenzintervalle für μ_1 zum Niveau 0.95 an. (3P)

---

6) Die folgenden Meßwerte seien Realisationen unabhängig und identisch $N(\mu, \sigma)$ verteilter Zufallsvariablen

0.84 0.01 0.35 -0.76 -0.11 -0.17 0.16 0.63 -0.09 0.22 0.35

(a) Berechnen Sie ein Konfidenzintervall für μ zum Niveau 0.95. (3P)

(b) Testen Sie die Hypothese H_0 $\mu = \mu_0 = 0$ zum Niveau 0.05. (3P)

(c) Bestimmen Sie alle Werte μ_0, für die der unter (b) geforderte Hypothesentest die Nullhypothese $\mu = \mu_0$ annimmt. Welcher Zusammenhang besteht zum unter (a) geforderten Konfidenzintervall? (4P)
