Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik
Telematik

16.06.2000

---

1) Ein zweistufiges Zufallsexperiment wird wie folgt durchgeführt. Zuerst wird ein *regelmäßiger Würfel* geworfen. Die geworfene Augenzahl gibt an, *wie oft eine faire Münze* geworfen wird. Man interessiert sich für die Anzahl der erzielten Wappen.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, *genau 5–mal* Wappen zu werfen. (6P)

(b) Man habe *5–mal Wappen* geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß vorher die Augenzahl 5 gewürfelt wurde? (4P)

2) Das Flugzeug in Fig. 7.42 hat 4 Motoren mit der gleichen Zuverlässigkeit $p = 0.9$. Das Flugzeug kann sich in der Luft halten durch

(a) mindestens ein Motor, (2P)

(b) je einem Motor links und rechts, (4P)

(c) je zwei symmetrisch gelegene Motoren. (4P)

Man skizziere (zu (b) und (c)) die dazugehörigen Zuverlässigkeitdiagramme und bestimme jeweils die Wahrscheinlichkeit, daß das Flugzeug abstürzt.

3) Ein Zufallsvektor (X, Y) besitze die Dichte

$$f_{XY}(x, y) = cy^2 e^{-4x} \qquad 0 < y < 3, \quad x > 0.$$

(a) Man bestimme c. (2P)

(b) Berechnen Sie die Randdichten $f_X(x)$ und $f_Y(y)$. (3P)

(c) Sind X und Y stochastisch unabhängig? (2P)

(d) Wie lauten $E(X)$, $E(Y)$, $\rho(X, Y)$. (3P)

4) Die relative Dauer eines Projekts lasse sich durch die Verteilung mit folgender Dichte

$$f_D(x) = \begin{array}{ll} \lambda x^{\lambda-1} & 0 \leq x \leq 1, \lambda > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{array}$$

beschreiben.

(a) Bestimmen Sie die Maximum–Likelihoodschätzer für den Parameter λ aufgrund einer Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$. (4P)

(b) Wie lautet der Momentenschätzer für λ? (4P)

(c) Aufgrund der Stichprobenrealisation $0.4, 0.5, 0.1, 0.2, 0.8$ und 0.2 berechne man die Schätzungen nach den Methoden (a) und (b). (2P)

5) Der systolische Blutdruck von Studenten sei $N(\mu, \sigma)$–verteilt. Eine Stichprobe von $n = 16$ Studenten ergab einen mittleren Blutdruck von $\overline{x} = 122.7$ $[mm\ Hg]$ und eine Standardabweichung von $s = 14.5$ $[mm\ Hg]$.

(a) Wie lautet das zweiseitige 90%–Konfidenzintervall für μ? (3P)

(b) Man gebe ein 95%–Konfidenzintervall für σ^2 an. (3P)

(c) Weicht der mittlere Blutdruck der Studenten signifikant vom Wert $\mu_0 = 116$ ab? Formulieren Sie einen entsprechenden Hypothesentest mit $\alpha = 0.05$. (2P)

(d) Ist eine signifikante Abweichung der Varianz der Stichprobe vom Wert $\sigma_0^2 = 400$ feststellbar? ($\alpha = 0.05$) (2P)

6) Um die Performance zweier Typen A und B von Festplatten vergleichen zu können, wurden je $n = 1000$ Zugriffe simuliert und die mittlere Zugriffzeit $\bar{x}_A = 8.94[ms]$ und $\bar{x}_B = 8.83[ms]$ berechnet. Weiters ergaben sich Standardabweichungen von $s_A = 3.10$ und $s_B = 3.50$. Es kann angenommen werden, daß die Meßwerte normalverteilt sind.

(a) Man bestimmte zweiseitige 95%–Konfidenzintervalle für μ_A und μ_B. (6P)

(b) Ist ein signifikanter Unterschied zwischen den mittleren Zugriffszeiten zum Niveau $\alpha = 0.05$ nachweisbar? (4P)