Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik für Telematiker

Übungsblatt 2

7. 11. 2000

Familienname *Vorname* *Matrikelnummer*

Geben Sie bitte an,

— welche Aufgaben Sie bearbeitet haben

— welche Aufgaben Sie an der Tafel vorführen könnten.

Bitte die entsprechenden Zellen ankreuzen.

			Pkte	T-Pkte
Übertrag 1. Übungsblatt				
Aufgabe	bearbeitet	Tafel		
1	☐	☐		
2	☐	☐		
3	☐	☐		
4	☐	☐		
5	☐	☐		
6	☐	☐		
7	☐	☐		
8	☐	☐		
	Gesamt 2. Übungsblatt:		☐	☐
	Gesamt 1. + 2. Übungsblatt:		☐	☐

1. [A 4.2] Aus einem Kartenspiel mit 52 Karten werden auf einmal vier Karten gezogen. Wir betrachten folgende Ereignisse: $\boxed{2\ \mathrm{P}}$

A — Wenigstens eine der gezogenen Karten ist eine Karo–Karte ($\diamondsuit$).

B — Wenigstens eine der gezogenen Karten ist eine Herz–Karte ($\heartsuit$).

Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A, B und $C = A \cup B$?

2. [A 4.4] Man berechne beim **Bridgespiel** folgende Wahrscheinlichkeiten: $\boxed{3\ \mathrm{P}}$

(a) *Jeder* Spieler hat *einen* König.

(b) *Genau* ein Spieler hat *genau* 2 Könige.

(c) *Mindestens* ein Spieler hat *genau* 2 Könige.

3. Prüfungskandidaten haben für einen Test maximal drei Versuche. Unter der Annahme von $j-1$ vorhergehenden Mißerfolgen, sei die Wahrscheinlichkeit, daß ein Kandidat beim j-ten Versuch versagt gleich p_j mit $p_1 = 0.6$, $p_2 = 0.4$, $p_3 = 0.75$. Man berechne folgende Wahrscheinlichkeiten für einen zufällig ausgewählten Kandidaten. $\boxed{4\ \mathrm{P}}$

(a) Er schafft den Test beim *zweiten Versuch.*

(b) Er schafft den Test beim *dritten Versuch.*

(c) Er schafft den Test, unter der Annahme, daß er beim ersten Versuch gescheitert ist.

(d) Er hat den Test geschafft. Mit welcher Wahrscheinlichkeit war dies beim ersten Versuch?

(e) Zeichnen Sie den dazugehörigen Wahrscheinlichkeitsbaum.

4. Gegeben sei ein Feld der Länge n auf das zufällig r Daten abgespreichert werden sollen (**Hash–Tabelle**). Eine Mehrfachbesetzung des selben Speicherplatzes nennt man *Kollision.* Die Wahrscheinlichkeit, daß *keine Kollision* stattfindet kann approximativ angegeben werden als $P_r = \exp(-r^2/(2n))$. Für $n = 1024$, $r = 37$ ergibt sich $P_r \approx 0.512$. Für $n = 1024$, $r = 10$ erhält man $P_r \approx 0.952$. $\boxed{4\ \mathrm{P}}$

(a) Führen Sie das 1. Szenario ($n = 1024$, $r = 37$) in 8 Simulationsläufen mit $m = 250$, 500, 1000 und 2000 Wiederholungen durch, wobei die Integerzahl `j = random(n)+1` die belegte Zelle j angibt. Berechnen Sie die relative Anzahl $x_i =$ (Anzahl der Belegungen ohne Kollision)$/m$, deren Mittelwerte $\overline{x} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i$ und Standardabweichungen $s = (\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{8}(x_i - \overline{x})^2)^{1/2}$. Definieren Sie einen neuen Startwert vor jeder Simulationsserie (d.h. die erste Simulationsserie besteht aus den 8 Simulationsläufen mit 250 Wiederholungen, die 2. Simulationsserie aus den 8 Simulationsläufen mit 500 Wh. usw.).

(b) Simulieren sie das 2. Szenario ($n = 1024$, $r = 10$) analog zu (a).

(c) Vergleichen Sie die Ergebnisse in (a) und (b) mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten P_r.

Hinweis: Übermitteln Sie die Programme (Quellcode, exe-File, Ergebnisfile) bis

Montag, den 6. 11., 20 Uhr, über anonymous ftp wie folgt an uns:

1. Starten des ftp–Programms (beispielweise das von Onnet angebotene)
2. Name des Rechners eingeben: `statistik.tu-graz.ac.at`
3. Username: `anonymous`
4. Password: `guest`
5. Ablegen der Dateien (bezeichnet mit Familiennamen, max. 8 Zeichen) unter

   `statistik.tu-graz.ac.at/incoming/wthtele`

5. [A 4.12] Aus einem Kartenspiel mit 52 Karten wird eine Karte gezogen. Wir betrachten folgende Ereignisse: 3 P

A — die gezogene Karte ist ein As,

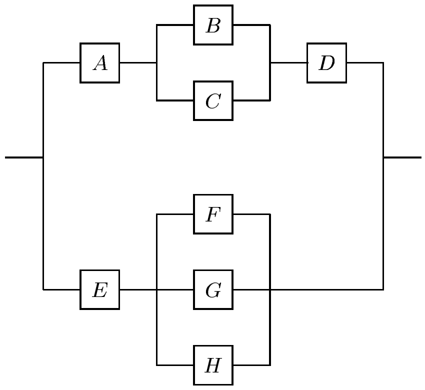
B — die gezogene Karte ist von roter Farbe,

C — die gezogene Karte ist ein Karo–As,

D — die gezogene Karte ist eine Zehn.

Man bestimme, ob die folgenden Paare von Ereignissen *unabhängig* sind. (a) A und B; (b) A und C; (c) B und C; (d) B und D; (e) C und D.

6. [A 4.14] Ein System besteht aus 8 Komponenten (siehe Diagramm). Man berechne die Zuverlässigkeit des Systems, falls folgende Wahrscheinlichkeiten für das Funktionieren der Komponenten gegeben sind: $p_A = 0.90, p_B = 0.95, p_C = 0.85, p_D = 0.85, p_E = 0.98, p_F = 0.80$, $p_G = 0.95, p_H = 0.95$. 3 P



7. [A 4.23] Zwei Tontaubenschützen schießen unabhängig voneinander auf eine Tontaube. Schütze 1 trifft mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 0.6$ und Schütze 2 mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 0.8$. 3 P

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Tontaube getroffen wird?

(b) Stellen Sie die Ereignisse *Schütze 1 trifft* und *Schütze 2 trifft* in einem Mengendiagramm dar.

(c) Die Tontaube wird getroffen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß nur Schütze 1 getroffen hat?

(d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Tontaube von Schütze 2 getroffen wird, wenn Schütze 1 nicht trifft.

8. [A 4.24] Ein Paddler steht vor folgenden Einschätzungen. Mit 90%–iger Wahrscheinlichkeit schafft er die kritische Stelle *ohne Kenterung*. Falls er *kentert*, gelingt ihm mit 80%–iger Wahrscheinlichkeit die Eskimorolle. Falls er das Boot verlassen und schwimmen muß, rechnet er nur mit 60% Überlebenswahrscheinlichkeit. 3 P

(a) Wie groß ist das Risiko zu ertrinken?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann sich der *gekenterte* Paddler retten?

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der *überlebende* Paddler eine Kenterung hinter sich hat?

Maximal erreichbare Punkteanzahl 25 P

Besprechungstermine:

Gruppe A - L:	**Di. 7. 11. 2000**	**9:15 - 10:45**	**HS B**: UProf. Stadlober
Gruppe M - Z:	**Di. 7. 11. 2000**	**11:00 - 12:30**	**HS G**: UAss. Stampfer

Bei Fragen wenden Sie sich bitte an unsere Tutorin oder unseren Tutor:

Claudia Repitsch `rebi@sbox.tu-graz.ac.at`
Matthias Goldgruber `goldy@sbox.tu-graz.ac.at`

BITTE NUR DAS DECKBLATT UND DIE RECHNUNGEN ABGEBEN!