# Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik für Telematiker

## Übungsblatt 1

17. 10. 2000

---

*Familienname* *Vorname* *Matrikelnummer*

Geben Sie bitte an,

— welche Aufgaben Sie zu Hause bearbeitet haben,

— welche Aufgaben Sie an der Tafel vorführen könnten.

Bitte die entsprechenden Zellen ankreuzen.

| Aufgabe | bearbeitet | Tafel | Punkte |
|---|---|---|---|
| 1 | ☐ | ☐ | |
| 2 | ☐ | ☐ | |
| 3 | ☐ | ☐ | |
| 4 | ☐ | ☐ | |
| 5 | ☐ | ☐ | |
| 6 | ☐ | ☐ | |
| 7 | ☐ | ☐ | |
| 8 | ☐ | ☐ | |
| | | Gesamt: | ☐ |

**1.** (a) $A$ und $B$ seien beliebige Teilmengen von $\Omega$. Geben Sie den kleinsten Ereignisraum $\mathcal{A}$ über $\Omega$ an, der die Mengen $A$ und $B$ enthält. $\boxed{3\text{ P}}$

(b) Zeichnen Sie die Venn–Diagramme der in $\mathcal{A}$ enthaltenen Mengen.

(c) Was gilt für den Spezialfall $A \cap B = \emptyset$?

**2.** Ein Würfel zeigt die Augenzahlen 1 bis 6 mit unterschiedlichen Häufigkeiten. Aufgrund einer Versuchsreihe werden die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse festgestellt: $\boxed{2\text{ P}}$

$P(\{1,2,3\}) = \frac{2}{3}\,, P(\{3,4,5\}) = P(\{1,6\}) = \frac{5}{12}\,, P(\{4,6\}) = \frac{1}{6}\,, P(\{6\}) = \frac{1}{12}\,.$

Berechnen Sie für jede Augenzahl $k$ die Wahrscheinlichkeit $P(\{k\})$.

**3. [A 2.11]** Man simuliere in `Turbo-Pascal` (`Java`, `C++` oder in einer anderen Programmumgebung) die beiden Glücksspiele des Chevalier DE MERÉ mit Hilfe des Zufallszahlengenerators `random`. Der Aufruf `random( )` liefert einen (zufälligen) Realwert im Intervall $[0, 1)$. Ein (zufälliger) positiver Integerwert aus $\{0, \ldots, k-1\}$ wird durch `random(k)` erzielt. Die Integerzahl `i=random(6)+1` ist also ein Ergebnis des Zufallsexperiments *Wurf eines Würfels*. Vor der mehrmaligen Simulation eines Zufallsexperiments mit Hilfe von `random` ist es notwendig, einen neuen Startwert des Generators durch den Befehl `randomize` zu initialisieren. $\boxed{4\text{ P}}$

(a) Führen Sie das 1. Spiel *(4 Würfe mit einem Würfel)* in 8 Simulationsläufen mit 50, 100, 200, 500 und 1000 Wiederholungen durch. Berechnen Sie die relative Anzahl $x_i$ der Ereignisse *Mindestens eine Sechs bei einem Spiel* und geben Sie jeweils die Mittelwerte $\overline{x} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i$ und Standardabweichungen $s = (\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{8}(x_i - \overline{x})^2)^{1/2}$ aus. Definieren Sie durch `randomize` einen neuen Startwert vor jeder Simulationsserie ( d.h. die erste Simulationsserie besteht aus den 8 Simulationsläufen mit 50 Wiederholungen, die 2. Simulationsserie aus den 8 Simulationsläufen mit 100 Wh. usw.).

(b) Simulieren sie das 2. Spiel *(24 Würfe mit zwei Würfeln)* analog zu (a) und registrieren Sie die relative Anzahl der Ereignisse *Mindestens eine Doppelsechs bei einem Spiel.*

(c) Vergleichen Sie die Ergebnisse in (a) und (b) mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten. Ist die Anzahl der Wiederholungen groß genug?

**Hinweis:** Übermitteln Sie die Programme (Quellcode, exe-File, Ergebnisfile) bis

**Montag, den 16. 10., 20 Uhr**, über anonymous ftp wie folgt an uns:

1. Starten des ftp–Programms (beispielweise das von Onnet angebotene)
2. Name des Rechners eingeben: `statistik.tu-graz.ac.at`
3. Username: `anonymous`
4. Password: `guest`
5. Ablegen der Dateien (bezeichnet mit Familiennamen, max. 8 Zeichen) unter

`statistik.tu-graz.ac.at/incoming/wthtele`

**4. [A 3.3]**

(a) Von fünf verschiedenen Paar Schuhen werden vier Schuhe zufällig weggenommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sich darunter *mindestens* ein Paar befindet? 3 P

(b) Zwölf Personen werden zufällig in einer Reihe aufgestellt. Unter ihnen befinden sich Ralf und Alex. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich

(i) genau 4,

(ii) höchstens 4 Personen

zwischen Ralf und Alex befinden?

**5. [P5.12.91]** Neun Personen besteigen einen Zug mit drei Waggons. Jede Person wählt zufällig und unabhängig von den anderen Personen einen Waggon. Wie groß ist unter geeigneter LAPLACE-Annahme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass 3 P

(a) *genau* drei Personen in den ersten Waggon steigen,

(b) jeweils 3 Personen in jeden Waggon steigen,

(c) die neun Personen sich in Gruppen zu zwei, drei und vier Personen auf die drei Waggons aufteilen?

**6. [A 3.7]** Das Blatt beim *Bridgespiel* besteht aus 52 Karten (4 Farben mit je 13 Karten). Jeder der vier Spieler erhält 13 Karten. Man berechne die Wahrscheinlichkeiten dafür, daß im Blatt von Spieler A folgende Karten sind: 5 P

(a) *genau* 2 Asse,

(b) *mindestens* 2 Asse,

(c*) *irgendein* Tripel (Tripel = *genau* 3 Karten mit gleichem Nennwert),

(d*) *genau* 3 Pik, und die aufeinanderfolgend,

(e*) 3 aufeinanderfolgende Karten derselben Farbe.

**Hinweis:** Für (c*) und (e*) benutze man die Formel von POINCARÉ.

**7.** Um bei einem Brettspiel wie *Mensch ärgere dich nicht* beginnen zu können, ist es zuerst notwendig mit dem Würfel eine *Sechs* zu werfen. 3 P

(a) Zeichnen Sie einen Wahrscheinlichkeitsbaum für das Zufallsexperiment *Werfen des Würfels bis zum ersten Mal die Sechs kommt.*

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit die *erste Sechs beim dritten Versuch* zu werfen?

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man für die erste Sechs *mehr als drei Versuche* benötigt?

(d) Für welche Anzahl von Versuchen ist die Wahrscheinlichkeit, das *erste Mal eine Sechs* zu werfen am größten?

(e) Nach wie vielen Versuchen ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Sechs geworfen wurde zumindest 0.95?

**8.** Das Ergebnis eines Roulette-Spieles ist eine der Zahlen 1 bis 36 oder die 0, die alle mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Man kann bei einfacher Gewinnchance auf die geraden Zahlen $(2, 4, \ldots, 36; Pair)$ oder auf die ungeraden Zahlen $(1, 3, 5, \ldots, 35; Impair)$ setzen. Ein Spieler setze immer auf *Pair*. 3 P

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er bei 12 Spielen genau 4–mal bzw. 5–mal Erfolg hat?

(b) Man bestimme die Wahrscheinlichkeit $p_k$ dafür, dass der Spieler beim $k$–ten Spiel $(k = 1, 2, \ldots)$ zum ersten Erfolg kommt, und berechne diese Wahrscheinlichkeit für $k = 1, 2, 3, 4$.

(c) Das Einsatzlimit betrage ATS 5000,–. Der Spieler beginnt mit einem Einsatz von ATS 10,– und nimmt sich vor, bei Verlust seinen Einsatz im jeweils nächsten Spiel zu verdoppeln und bei Gewinn aufzuhören. Für welches $k$ wird das Limit zum ersten Mal überschritten? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er wegen Überschreitung des Limits aufhören muß, bevor er einen Gewinn realisieren kann?

## Maximal erreichbare Punkteanzahl 26 P

## Besprechungstermine:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Gruppe A - L:** | **Di. 17. 10. 2000** | **9:15 - 10:45** | **HS B**: UProf. Stadlober |
| **Gruppe M - Z:** | **Di. 17. 10. 2000** | **11:00 - 12:30** | **HS G**: UAss. Stampfer |

Bei Fragen wenden Sie sich bitte an unsere Tutorin oder unseren Tutor:

**Claudia Repitsch** `rebi@sbox.tu-graz.ac.at`

**Matthias Goldgruber** `goldy@sbox.tu-graz.ac.at`