Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik
Telematik

05. 02. 1999

1) Zwei Freunde, Martin und Michael, nehmen an einem Snowboard-Wettbewerb teil. Sie schließen mit Christian eine Wette ab und gewinnen diese Wette, wenn zumindest einer von ihnen einen Spitzenplatz erreicht. Die W!, daß Martin (Michael) einen Spitzenplatz erreicht, beträgt $\frac{1}{4}$ $(\frac{1}{5})$. Die W!, daß beide dieses Ziel schaffen, sei $\frac{1}{12}$.

(a) Mit welcher W! gewinnen sie die Wette? (2P)

(b) Man stelle die Ereignisse *Martin erreicht einen Spitzenplatz* und *Michael erreicht einen Spitzenplatz* in einem Mengendiagramm dar. (2P)

(c) Man nehme an, daß sie die Wette gewonnen haben. Mit welcher W! wurde die Wette *nur* von Martin gewonnen? (4P)

(d) Verlieren Martin und Michael die Wette, dann müssen sie an Christian S 200,– bezahlen. Wieviel müßten sie bei einem Gewinn von Christian erhalten, damit die Wette fair ist? (2P)

2) In einer Sendung von 1000 CDs befinden sich 50 Stück, die nur Qualität 2 erreichen. Es wird eine Stichprobe von $n = 60$ CDs mit *Zurücklegen* gezogen.

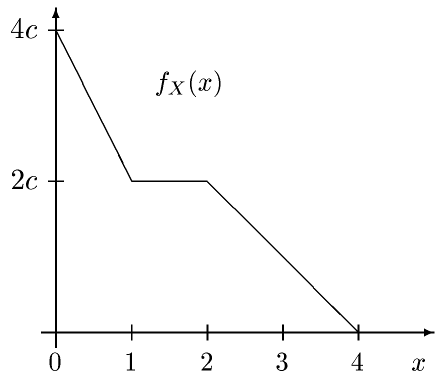
(a) Wie groß ist die W!, daß die Anzahl X der CDs mit Qualität 2 zwischen 1 und 5 liegt? (Angabe der Formel reicht!) (3P)

(b) Approximieren Sie die W! in (a) durch die Poisson-Verteilung. (2P)

(c) Approximieren Sie die W! in (a) durch die Normalverteilung. (2P)

(d) Schätzen Sie $P_X(|X-3| > 5)$ durch die TSCHEBYSCHEV Ungleichung ab. (3P)

3) Die Dichte einer stetigen Zufallsvariablen sei durch folgende Skizze gegeben:



(a) Man berechne die Konstante c. (Graphik!) (2P)

(b) Wie lautet die Dichte $f_X(x)$? (5P)

(c) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F_X(x)$. (3P)

(d) Man berechne $P_X(X \leq 1)$, $P_X(1 < X \leq 2)$ und bestimme den Median $x_{0.50}$, gegeben durch $F_X(x_{0.50}) = \frac{1}{2}$. (2P)

4) X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit den Dichten

$$f_X(x) = 2x,\ 0 < x < 1, \qquad f_Y(y) = 1,\ 0 < y < 1$$

(a) Berechnen Sie die Dichte von $Z = X + Y$. (5P)

(b) Berechnen Sie $E(Z)$ und $Var(Z)$. (3P)

(c) Berechnen Sie $E(X - Y)$ und $Var(X - Y)$. (2P)

5) Die monatlichen Lebenshaltungskosten von Telematikstudenten seien $N(\mu, 1000)$–verteilt. Von $n = 50$ zufällig ausgewählten Studenten wurden durchschnittliche monatliche Lebenshaltungskosten von S 8500,– festgestellt.

(a) Sind die monatlichen Lebenshaltungskosten signifikant niedriger als das Höchststipendium von S 8800,-? Stellen Sie dafür einen geeigneten Hypothesentest zum Niveau $\alpha = 0.05$ auf. (4P)

(b) Skizzieren Sie die Operationscharakteristik $1 - \beta(\mu)$ dieses Tests und geben Sie den Fehler 2. Art für $\mu = 8500,-$ an. (6P)

6) Die Testabteilung einer Fabrik für Mobiltelefone stellt einen Plan für Dauertests von zwei Arten von Mobiltelefonen auf. Beim *Standardverfahren* werden Mobiltelefone zweimal wöchentlich auf Prüfgeräten getestet, die beide Telefonarten überprüfen können. Dies wird so durchgeführt, daß das Mobiltelefon mit der kürzesten Verarbeitungszeit zuerst drankommt (Handy-Verfahren). Testingenieure haben sich nun eine neue Prüfmethode überlegt, bei der die *mittlere Durchlaufzeit* reduziert und damit auch die *mittlere Dauer* einer bestimmten Prüfphase geringer wird. Für den Vergleich der beiden Methoden werden 72 Mobiltelefone zufällig ausgewählt und in 2 Gruppen gleicher Größe aufgeteilt. Eine Gruppe wird nach der Handy-Methode, die andere nach der neuen Methode geprüft. Dabei ergaben sich folgende Werte für die Durchlaufzeiten (in sec) und die Dauer (in h):

	Handy-Methode		Neue Methode	
$n = m = 36$	$\bar{x}$	s_x	$\bar{y}$	s_y
Durchlaufzeit	160.5	50.4	120.2	42.8
Dauer	5.3	2.2	4.4	1.8

(a) Man teste die Vermutung, daß die *mittlere Durchlaufzeit* der neuen Methode kleiner ist als die des Handy-Verfahrens ($\alpha = 0.05$). Führt die neue Methode zu einer signifikanten Verbesserung der *mittleren Dauer*? (*Voraussetzungen überprüfen*). (7P)

(b) Bestimmen Sie 95%-Konfidenzintervalle für die *mittleren Dauern* μ_X und μ_Y. (3P)