1) Bei der Nikolausfeier in einer Familie ist für jedes der vier Kinder ein Päckchen vorbereitet, das der Nikolaus in einen Sack steckt. Später verteilt er die vier Päckchen wieder zufällig an die Kinder.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß *keines* der Kinder sein eigenes Päckchen zurückbekommt? (5P)

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß *zumindest zwei* Päckchen richtig verteilt werden? (5P)

---

2) Die Lebensdauer X [in Jahren] eines Speicherchips in einer Workstation sei WEIBULL–verteilt mit der Dichte

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} x e^{-x^2/8} & x > 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Man berechne $E(X)$. (4P)

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig ausgewählter Chip länger als drei Jahre hält? (3P)

(c) An welcher Stelle ist $f_X(x)$ maximal? (3P)

Hinweis: In (a) benutze man die Beziehung $\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$ (siehe Skriptum S.64).

---

3) In einer Produktion von 1600 Computerchips befinden sich $M = 80$, die nicht die Qualitätsnorm A erfüllen. Es werden $n = 60$ Chips *ohne Zurücklegen* gezogen. Die Zufallsvariable $X = \#$ (Computerchips, die die Norm A nicht erfüllen).

(a) Geben Sie die Formel für die exakte Verteilung von X, sowie $E(X)$ und $Var(X)$ an. (3P)

(b) Wie lautet die Approximation durch die Binomialverteilung (Formel)? (2P)

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß zwei bis vier Chips defekt sind, mit Hilfe der

(i) Poissonapproximation

(ii) Normalapproximation (5P)

---

4) In einer Fabrik werden Schrauben und Muttern erzeugt. Es werde angenommen, daß die Gewindedurchmesser D_1 der Schrauben normalverteilt sind mit $N(0.475, 0.02)$ und die Gewindedurchmesser der Muttern D_2 ebenfalls normalverteilt sind mit $N(0.5, 0.01)$. (Angaben in *cm*.)
Ein Schraube–Mutter Paar nennt man kompatibel, wenn die beiden Bedingungen $D_2 - D_1 > 0.005$ und $D_2 - D_1 < 0.05$ erfüllt sind. Die erste Ungleichung garantiert, daß die Schraube nicht zu fest sitzt, während die zweite sicherstellt, daß sie einen ausreichenden Halt hat.

(a) Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, daß bei zufälliger Auswahl einer Schraube und einer Mutter eine kompatible Schraube–Mutter Kombination entsteht. (5P)

(b) Durch eine Umstellung im Produktionsprozeß soll die Genauigkeit der Fertigung von Schrauben erhöht werden. Es wird dann auch die Wahrscheinlichkeit P_{σ^2}, eine kompatible Schraube–Mutter Kombination zu erhalten, vergrößert.
Sei $D_1 \sim N(0.475, \sigma)$ mit $0 < \sigma < 0.02$. Man berechne die *kleinste obere Schranke* für P_{σ^2}. (5P)

5) Bei bestimmten Rohstoffen im Bergbau gibt es leicht radioaktive Nebenprodukte, die manchmal in das Trinkwasser gelangen. Der obere Grenzwert für natürliche radioaktive Strahlung sei 5 Pikocurie pro Liter Wasser. Eine Stichprobe von $n = 30$ eines Wasserleitungssystems ergab einen Mittelwert von $\overline{x} = 4.61$ Pikocurie und eine Standardabweichung $s = 0.90$ Pikocurie pro Liter.

(a) Wie lautet das einseitige 0.99(0.95)–Konfidenzintervall für μ? Geht daraus hervor, daß das mittlere Niveau unter dem Grenzwert liegt? (4P)

(b) Formulieren Sie einen entsprechenden Hypothesentest für $\alpha = 0.01$. (3P)

(c) Ermitteln Sie ein 0.95–Konfidenzintervall für σ^2. (3P)

---

6) Die Chips–Produktion der Fa. PICH erzielt beim aktuellen Fertigungsverfahren einen Ausschußanteil von 10%. Dipl.-Ing. Teleclever schlägt ein neues (gleich teures) Produktionsverfahren vor, das bei einem Probelauf von $n = 100$ zufällig ausgewählten Stücken nur sechs defekte Chips aufweist.

(a) Formulieren Sie einen statistischen Test als Entscheidungsgrundlage dafür, ob auf das neue Verfahren umgestellt werden soll. (Man beachte, daß das neue Verfahren besser oder schlechter sein kann). (4P)

(b) Wie ist aufgrund des obigen Stichprobenergebnisses bei $\alpha = 0.05$ zu entscheiden? (3P)

(c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würde man beim alten Verfahren bleiben, wenn man annimmt, daß der tatsächliche Ausschußanteil beim neuen Verfahren nur 6% beträgt ($n = 100$, $\alpha = 0.05$, Test wie in (a)). (3P)