

UNIV.-PROF. DI DR. ERNST STADLOBER

**1.) EDA und CDA, Einstichprobenproblem, aimu\_1985.dat; [R 2.9, SPSS 17.0]**

- (a) Lesen Sie die Textdatei `aimu_1985.dat` in R oder SPSS ein. Man definiere neue kategoriale Variable `jung_alt` (1,2) mit `alter` 16-30, 31-56; `al_k1` (1,2,3,4,5) mit `alter` 16-19, 20-25, 26-32, 33-40, 41-56; `gr_k1` (1,2,3,4) mit `gr_cm` 160-172, 173-176, 177-181, 182-195.
- (b) Analysieren Sie **zwei** der Variablen `alter`, `gr_cm`, `ge_kg`, `fvc`, `fev1` mit den Methoden der explorativen Datenanalyse. Benutzen Sie *Histogramme*, *Stem-and-Leaf-Plots*, (*Fehlerbalken (Error Bars) in SPSS*), *Boxplots*, *empirische Verteilungsfunktionen* und *Q-Q-Plots*.
- (c) Berechnen Sie für *zwei* der Variablen `gr_cm`, `ge_kg`, `fvc`, `fev1` statistische Kenngrößen, in R über den Befehl `summary()`, in SPSS gemäß Bsp. 2.1. Berechnen Sie in R auch  $s_q$ ,  $s_{MAD}$ ,  $g_1^q$ ,  $g_2^q$  und  $cv$ .
- (d) Führen Sie für **zwei** der Variablen `gr_cm`, `ge_kg`, `fvc`, `fev1` (i) den Kolmogorov-Smirnov-Test und (ii) den Shapiro-Wilk-Test auf Normalverteilung durch. (In SPSS unter dem Menü *Analysieren*  $\rightarrow$  *Explorative Datenanalyse*.)
- (e) Was liefert der  $t$ -Test bzgl. der Hypothesen  $\mu_{gr} = 176$ ,  $\mu_{ge} = 82$ ,  $\mu_{fvc} = 5.5$  und  $\mu_{fev1} = 4.4$ ?
- (f) Fassen Sie Ihre Ergebnisse und Interpretationen in Form eines pdf-Dokuments mit max. 4 Seiten) zusammen.

**2.) EDA und CDA, Zweistichprobenproblem, Merkmale fvc, fev1 mit Kategorien jung\_alt, region; [R 2.9, SPSS 17.0].**

- (a) Geben Sie *Histogramme*, (*in R gekerbte*) *Box-Plots*, (*Fehlerbalken in SPSS*), *Stem-and-Leaf-Plots* bzgl. der beiden Merkmale `fvc`, `fev1` in Abhängigkeit von `jung_alt` bzw. `region` an.
- (b) Was liefern die Q-Q-Plots mit Normalverteilung und die univariaten Tests auf Normalverteilung (K-S-Test und Shapiro-Wilk-Test) für die einzelnen Gruppen?
- (c) Geben Sie die Schätzer der Standardabweichungen für die Mediane  $\tilde{x}$  und  $\tilde{y}$  an und ermitteln Sie daraus die Bereiche der *gekerbten (notched)* Boxplots mit  $\tilde{x} \pm 1.7 \hat{\sigma}(\tilde{x})$ . Wie lauten die 95%-Konfidenzintervalle für die Differenzen  $m_D = m_X - m_Y$  unter der Annahme  $\sigma(\tilde{X}) = \sigma(\tilde{Y})$ ?
- (d) Führen Sie für beide Merkmale `fvc`, `fev1` bzgl. `jung_alt` bzw. `region` die entsprechenden  $t$ -Tests durch und berechnen Sie 99%-Konfidenzintervalle für  $\mu_D = \mu_X - \mu_Y$ . Als Test auf Gleichheit der Varianzen wird in SPSS der Levene-Test benutzt und in R der Fligner-Test. Was liefert dazu der klassische  $F$ -Test in R?
- (e) Welche Ergebnisse erhält man mit (i) dem Mann-Whitney-U-Test und (ii) dem Kolmogorov-Smirnov-Test bzgl. des Vergleichs der klassifizierten Stichproben?
- (f) Fassen Sie Ihre Ergebnisse und Interpretationen in Form eines pdf-Dokuments mit max. 4 Seiten) zusammen.

## 3.) [T] Verteilungen und Kenngrößen von Verteilungen.

- (a) Sei  $X \sim F$  mit  $E(X) = \mu$ ,  $Var(X) = \sigma^2$ . Man zeige, dass die Schiefe  $\gamma_1(X)$  und die Kurtosis  $\gamma_2(X)$  invariant sind unter der Standardisierung  $Z = (X - \mu)/\sigma$ ; d.h.  $\gamma_i(X) = \gamma_i(Z)$ ,  $i = 1, 2$ .
- (b) Wegen (a) kann man o.B.d.A.  $E(X) = 0$  und  $Var(X) = 1$  annehmen. Man zeige die Ungleichung  $\gamma_2(X) \geq \gamma_1^2(X) - 2$ .  
**Hinweis:** Integrieren Sie  $\int (x^2 - \gamma_1 x - 1)^2 dF(x)$
- (c) Man zeige folgende Identität für  $k < n$ ,  $0 < p < 1$ :

$$\sum_{i=0}^k \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} = \binom{n}{k} (n-k) \int_p^1 x^k (1-x)^{n-k-1} dx$$

- (i) durch partielle Integration, (ii) indem beide Seiten als Funktion von  $p$  aufgefasst werden und bzgl.  $p$  differenziert wird.
- (d) Sei  $X_i \stackrel{iid}{\sim} F$  stetige Zufallsvariable mit Dichte  $f = F'$ .  $k = \lfloor np \rfloor + 1$ ,  $f(x_p) > 0$ , wobei gilt  $F(x_p) = p$ . Es gilt  $X_{(k)} = F^{-1}(U_{(k)})$  mit  $U_{(k)} \sim \text{beta}(k, n-k+1)$ ,  $E(U_{(k)}) = \frac{k}{n+1}$ ,  $Var(U_{(k)}) = \frac{k}{(n+1)(n+2)} \left(1 - \frac{k}{n+1}\right)$ . Ist  $F^{-1}$  zweimal differenzierbar, dann verifiziere man (vergleiche **Satz 2.3.2**):

$$E(X_{(k)}) \approx x_p + \frac{p(1-p)}{2n f^2(x_p)} \left( -\frac{d f(F^{-1}(u))}{du} \right) \Bigg|_{u=p}$$

$$Var(X_{(k)}) \approx \frac{p(1-p)}{n f^2(x_p)}.$$

- (e) Man zeige mit Hilfe von (c) und (d), dass

$$P(X_{(k)} < x_p < X_{(l)}) = \sum_{i=k}^{l-1} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}.$$

4.) EDA,  $k$ -Stichprobenproblem, Merkmale `fvc`, `fev1` mit Kategorien `jung_alt`, `gr_k1`; [R 2.9, SPSS 17.0].

- (a) Man erzeuge Box-Plot-Serien und (Fehlerbalken in SPSS) für die Merkmale `fvc` (`fev1`) bzgl. der Kategorien `jung_alt` und `gr_k1` getrennt. (4 Serien; SPSS: *Optionen: Einfach, Auswertung über Kategorien einer Variablen*).
- (b) Man erzeuge Box-Plot-Serien und (Fehlerbalken in SPSS) für die Merkmale `fvc` und `fev1` gemeinsam, aber getrennt nach den Kategorien `jung_alt` und `gr_k1`. (2 Serien; SPSS: *Optionen: Gruppirt, Auswertung für verschiedene Variablen*).
- (c) Man erzeuge Box-Plot-Serien und (Fehlerbalken in SPSS) für `fvc` und `fev1` getrennt, aber gemeinsam nach der Kategorie `jung_alt` und Gruppe `gr_k1`. (2 Serien; SPSS: *Optionen: Gruppirt, Auswertung über Kategorien einer Variablen*).
- (d) Versuchen Sie aus (a) – (c) entsprechende Schlüsse zu ziehen.

- (e) Man generiere Streudiagramme (Scatterplots) von `fvc` (`fev1`) gegen `gr_cm` bzw. `alter` und lege Regressionsfunktionen durch. (SPSS: Wählen Sie nacheinander eine lineare und quadratische Regression, sowie die nichtparametrische Glättung `lowess` aus).
- (f) Man erzeuge die Scatterplotmatrix für die Variablen `alter`, `gr_cm`, `ge_kg`, `fvc`, `fev1` und lege entsprechende Regressionsfunktionen durch.
- (g) Fassen Sie Ihre Ergebnisse und Interpretationen in Form eines pdf-Dokuments mit max. 4 Seiten) zusammen.

**5.) Verbundene Stichproben (Matched pairs); [R 2.9, SPSS 17.0].**

Um den Einfluss einer Yoga-Übung auf den Blutdruck zu bestimmen, wurden an  $n = 14$  Personen Blutdruckmessungen in mmHg (systolisch/diastolisch) **vor** und **nach** der Übung gemessen. Die gemessenen Daten sind in der folgenden Tabelle angegeben.

**Yoga-Daten von Feuerabendt/Hammer (1987)**

| Nr. | Geschlecht | Alter | Blutdruck |         |
|-----|------------|-------|-----------|---------|
|     |            |       | vorher    | nachher |
| 1   | w          | 43    | 140/90    | 110/70  |
| 2   | w          | 39    | 100/80    | 120/70  |
| 3   | m          | 36    | 120/70    | 130/70  |
| 4   | m          | 76    | 130/100   | 190/130 |
| 5   | w          | 40    | 150/80    | 130/90  |
| 6   | w          | 49    | 115/75    | 120/80  |
| 7   | m          | 41    | 100/80    | 130/60  |
| 8   | w          | 27    | 140/80    | 120/70  |
| 9   | m          | 37    | 105/80    | 120/60  |
| 10  | w          | 21    | 105/80    | 110/70  |
| 11  | m          | 38    | 130/75    | 120/65  |
| 12  | w          | 52    | 120/90    | 110/85  |
| 13  | w          | 69    | 145/80    | 130/80  |
| 14  | m          | 32    | 115/85    | 125/65  |

- (a) Definieren Sie einen entsprechenden R-File `yoga.dat` oder SPSS-File `yoga.sav` mit Variablen, deren Labels etc. Definieren Sie die Variable `d_syst` als Differenz des *systolischen Blutdrucks vorher* mit dem *systolischen Blutdruck nachher*, analog die Variable `d_diast`.
- (b) Führen Sie eine explorative und konfirmatorische Analyse durch. Hat das Merkmal **Geschlecht** einen Einfluss auf die Blutdruckwerte `d_syst` und `d_diast`? Ist der  $t$ -Test anwendbar? Überlegen Sie sich weitere sinnvolle Hypothesen und Fragestellungen, und benutzen Sie dazu entsprechende statistische Verfahren.
- (c) Fassen Sie Ihre Ergebnisse und Interpretationen in Form eines pdf-Dokuments mit max. 2 Seiten) zusammen.

**6.) Fallbeispiel Luftschadstoffdaten (1. Teil) grazluft.xls; [R 2.9, SPSS 17.0]**

Im File `grazluft.xls` finden Sie Luftschadstoff-Daten von vier Grazer Messstellen: Graz-Nord, Graz-Mitte, Graz-Ost und Graz-Don Bosco in zwei Zeiträumen 16.11.2002–15.12.2002

und 1.2.2003–2.3.2003. Es sind jeweils die Tagesmittelwerte (0.00–24.00 Uhr) an Feinstaub ( $PM_{10}$ ), Stickstoffmonoxid ( $NO$ ) und Stickstoffdioxid ( $NO_2$ ) in  $\mu g/m^3$  angegeben.

- (a) Lesen Sie den File `grazluft.xls` von der Homepage ein. Realisierung in R: Speichern Sie zunächst den File `grazluft.csv` ab und lesen dann diesen File über den Befehl `read.csv2()` in R ein und speichern ihn als `grazluft.dat` ab. Realisierung in SPSS: Definieren Sie den File `grazluft.sav`. Vergeben Sie die *Variablenlabels* wie in folgender Tabelle angegeben:

| Name               | Typ       | Spalten | Dezimalen | Variablenlabel       | Messniveau |
|--------------------|-----------|---------|-----------|----------------------|------------|
| <code>datum</code> | Datum     | 10      |           | Datum                | Metrisch   |
| <code>ort</code>   | String    | 14      |           | Messort              | Nominal    |
| <code>pm10</code>  | Numerisch | 11      | 2         | Feinstaub_PM10       | Metrisch   |
| <code>no</code>    | Numerisch | 11      | 2         | Stickstoffmonoxid_NO | Metrisch   |
| <code>no2</code>   | Numerisch | 11      | 2         | Stickstoffdioxid_NO2 | Metrisch   |

- (b) Definieren Sie den Faktor `periode` (1,2) mit Variablenlabel *Zeitperiode* für die 2 Zeiträume 16.11.2002–15.12.2002, 1.2.2003–2.3.2003 und den Faktor `mort` (1,2,3,4) mit Variablenlabel *Messort*.
- (c) Analysieren Sie die Schadstoffe mit univariaten Statistiken, Stem-and-Leaf-Plots, Histogrammen, empirischen Verteilungsfunktionen und Q-Q-Plots. Sind Auffälligkeiten in den Verteilungen zu erkennen?
- (d) Vergleichen Sie die Schadstoffe bzgl. des Faktors `periode` mit Hilfe von Methoden für das Zweistichprobenproblem.
- (e) Bilden Sie Box-Plot- und (Fehlerbalken)-Serien für `pm10`, `no`, `no2` getrennt, aber gemeinsam nach der Kategorie `periode` und der Gruppe `mort` (analog zu Aufgabe 4(c)).
- (f) Für eine bivariate Betrachtungsweise erstelle man die Scatterplotmatrix (mit Glättungen) bezüglich `pm10`, `no`, `no2`. Gibt es bemerkenswerte Zusammenhänge mit hoher Korrelation?

**Hinweise: Zusammenarbeit in Zweiergruppen ist erwünscht.**

Herunter laden der Daten über die HomePage des Instituts: [www.statistics.tugraz.at](http://www.statistics.tugraz.at)

Speichern Sie die **gesamten Übungen in einem pdf-File** mit folgendem Namen ab:

`Angstat.Nachname1*` z.B. `Angstat.Schiefer1.pdf`

und übermitteln Sie **einen File pro Gruppe** mit *Subject: Angstat* an die e-mail-Adresse `statistik@tugraz.at`.

**Transfer der Files bis spätestens: Di. 3. 11. 2009, 16.00 Uhr**

**BESPRECHUNGSTERMIN: Mi. 4. 11. 2009, 10.30–12.00, SR STATISTIK**