

Prüfung aus
Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatikstudien
(506.000)

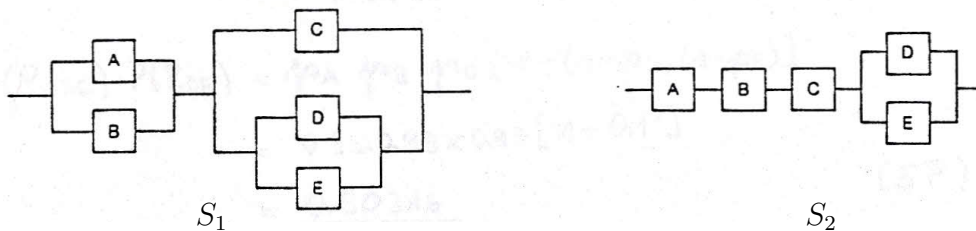
20. 12. 2010

- 1) Aus einer **Urne mit drei Kugeln**, welche die Nummern 1, 2, 3 tragen, wird *zweimal ohne Zurücklegen* gezogen. Wird im ersten Zug die Kugel mit der Nummer i gezogen, dann werden in eine **zweite Urne**, die insgesamt **vier Kugeln** enthalten soll, i weiße und $4 - i$ schwarze Kugeln gelegt.

Die Nummer der zweiten gezogenen Kugel gibt an, wie oft *mit Zurücklegen* aus der zweiten Urne mit weißen und schwarzen Kugeln gezogen wird.

- (a) Man zeichne den dazugehörigen W!-Baum. (10P)
(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit *keine weiße Kugel* zu ziehen? (10P)

- 2) Zwei Systeme S_1 und S_2 bestehen aus je 5 Komponenten, die *unabhängig voneinander* ausfallen und wie folgt angeordnet sind:



- (a) Man berechne die Zuverlässigkeit für System S_1 und System S_2 , falls folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben sind:

$$p_A = 0.95, \quad p_B = 0.99, \quad p_C = 0.97, \quad p_D = p_E = 0.90.$$

Welches System ist zuverlässiger? (12P)

- (b) Alle Komponenten haben die selbe Zuverlässigkeit p . Man berechne die Zuverlässigkeit für S_1 und S_2 und zeige, dass $P(R_{S_1}) > P(R_{S_2})$. (8P)

3) Die stetige Zufallsvariable X besitze eine Dichte der Form

$$f_X(x) = \begin{cases} ax & 0 \leq x \leq 1 \\ b/x^2 & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Man bestimme die Konstanten a und b , falls die Dichte $f_X(x)$ in $x = 1$ stetig. (6P)
- (b) Man ermittle die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ und stelle $F_X(x)$ und $f_X(x)$ graphisch dar. (8P)
- (c) Wie lautet $E(X)$ und wie groß ist $P(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2})$? (6P)
-

4) Das Gewicht G von Brotlaiben, die in der Grazer Bäckerei A. hergestellt werden, sei normalverteilt mit $\mu = 970 [g]$ und $\sigma = 5 [g]$.

- (a) Mit welcher W! unterschreitet ein Brotlaib das von der Marktbehörde geforderte Mindestgewicht von $960 g$? (5P)
- (b) Ein Kunde kauft 2 Brotlaibe. Man nehme an, dass diese zufällig aus einem Korb entnommen werden. Mit welcher W! beträgt das Gesamtgewicht der beiden Laibe mehr als $1.93 kg$? (5P)
- (c) Wie gross darf die Streuung σ höchstens sein, damit die W! für das Unterschreiten des Mindestgewichts kleiner als 0.01 wird? (5P)
- (d) Es wird eine neue Maschine angeschafft, wodurch die Streuung σ auf $2 [g]$ verringert wird. Kann der Bäcker die Maschine auf $\mu = 965 [g]$ einstellen, ohne mit mehr als 1% -iger Wahrscheinlichkeit das Mindestgewicht zu unterschreiten? (5P)
-