

Prüfung aus  
Stochastische Prozesse für Informatikstudien  
(506.007)  
01. 02. 2010

---

*Familienname*                      *Vorname*                      *Matrikelnummer*

- 1) Die Klausur besteht aus 2 Aufgaben. Die reine Arbeitszeit beträgt 40 Minuten.
- 2) Lösungen werden nur dann bewertet, wenn sie in diesem Exemplar durchgeführt werden.
- 3) Das Beispiel wird **nicht** anerkannt, wenn nur der Wert der Lösung vorliegt bzw. die Herleitung des Ergebnisses nicht erkennbar ist.
- 4) Viel Glück beim *Nüsseknacken*.

1.

2.

ÜB

---

$\Sigma$

Note:

- 1) Die Anzahl der ankommenden Kunden  $N_t$  am Schalter einer Bank folge einem Poisson Prozess mit Rate  $\lambda = 10$  Kunden pro Stunde.
- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt in 15 Minuten kein einziger Kunde? (2)
  - (b) Wir wissen bereits, dass in einer Stunde 8 Kunden angekommen sind. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass in der nächsten Stunde 6 Kunden ankommen werden? (6)
  - (c) Innerhalb von 30 Minuten sind 4 Kunden angekommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind 3 dieser 4 bereits innerhalb der ersten 15 Minuten angekommen? (6)
  - (d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der 3. Kunde erst nach 30 Minuten ankommt. (6)
-

- 2) Eine Urne wird mit drei Kugeln gefüllt. Die Kugeln werden zufällig ausgewählt und sind jeweils mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  rot oder blau. Nun ziehen wir aus dieser Urne eine Kugel und ersetzen die gezogene Kugel jeweils durch eine andersfärbige.

Also ziehen wir z.B. eine rote Kugel, dann wird diese durch eine blaue Kugel ersetzt. Nun wiederholen wir diesen Prozess. Sei  $X_n$  die Anzahl der roten Kugeln in der Urne zum Zeitpunkt  $n$ . Dann ist  $\{X_n : n \geq 0\}$  eine Markov-Kette mit den Zuständen  $\{0, 1, 2, 3\}$ .

- (a) Bestimmen Sie die Startverteilung der Markov-Kette. (Verteilung von  $X_0$ .) (4)
  - (b) Zeichnen Sie den Übergangsgraphen der Markov-Kette. (8)
  - (c) Ist diese Markov-Kette irreduzibel? (Begründung!) (2)
  - (d) Bestimmen Sie die Periode von Zustand 0. (6)
-