

Prüfung aus
Stochastische Prozesse für Informatikstudien
(506.007)
01. 02. 2011

Familiennamen *Vorname* *Matrikelnummer*

- 1) Die Klausur besteht aus 2 Aufgaben. Die reine Arbeitszeit beträgt 40 Minuten.
- 2) Lösungen werden nur dann bewertet, wenn sie in diesem Exemplar durchgeführt werden.
- 3) Das Beispiel wird **nicht** anerkannt, wenn nur der Wert der Lösung vorliegt bzw. die Herleitung des Ergebnisses nicht erkennbar ist.
- 4) Viel Glück beim *Nüsseknacken*.

1.

2.

ÜB

Σ

Note:

- 1) Ein Angler fängt Fische gemäß eines Poisson Prozesses N_t , mit Rate $\lambda = 10$ Fische alle zwei Stunden.
- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fängt er in 30 Minuten keinen einzigen Fisch? (4P)
 - (b) Wir wissen bereits, dass er in zwei Stunden bereits 8 Fische gefangen hat. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass er in den nächsten 2 Stunden noch 6 fängt? (4P)
 - (c) Innerhalb von einer Stunde hat er vier Fische gefangen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er 3 dieser 4 bereits innerhalb der ersten halben Stunde gefangen? (6P)
 - (d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der 3. Fisch erst nach einer Stunde gefangen wird. (6P)
-

- 2) Sei $(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$, eine homogene MARKOV-Kette mit Zustandsraum $\mathcal{Z} = \{0, 1, 2, 3\}$. Die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten sei gegeben durch

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Zeichnen Sie den dazugehörigen Übergangsgraphen. (3P)
(b) Man zeige, dass der Zustand 0 rekurrent ist, d.h. (9P)

$$f_0 = \sum_{n=1}^{\infty} f_0^{(n)} = 1.$$

- (c) Berechnen Sie $m_0 = E(T_0)$ (erwartete Rückkehrzeit des Zustands 0). (8P)
-