Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatikstudien (506.000)

04. 02. 2008

---

1) Jeder Mensch besitzt unveränderliche Blutmerkmale. Man unterscheidet die vier Blutgruppen A, B, AB und 0, und die Rhesusfaktoren $R+$ und $R-$. Blutgruppe A tritt bei 42%, B bei 10%, AB bei 4% und 0 bei 44% einer Population auf. Menschen mit Blutgruppe A und Menschen mit Blutgruppe 0 haben mit W! 0.85 Rhesusfaktor $R+$. Dagegen tritt bei Menschen mit Blutgruppe B Rhesusfaktor $R+$ nur noch mit W! 0.80 auf. Bei Menschen mit Blutgruppe AB sogar nur noch mit W! 0.75.

(a) Zeichnen sie den dazugehörigen W–Baum. (4P)

(b) Welche Kombination von Blutgruppe und Rhesusfaktor tritt am seltesten auf? (4P)

(c) Wie groß ist die W! für das Auftreten des Rhesusfaktors $R+$? (4P)

(d) Ein Mensch habe den Rhesusfaktor $R+$. Mit welcher W! gehört er i. zur Blutgruppe A, ii. zur Blutgruppe AB. (8P)

---

2) Die diskrete Zufallsvariable X kann nur ganzzahlige Werte zwischen -4 und $+3$ annehmen. Die *kumulierten Wahrscheinlichkeiten* $P_k = P(X \leq k)$ sind wie folgt gegeben:

k	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
P_k	0.05	0.15	0.30	0.40	0.65	0.85	0.95	1

(a) Stellen sie die Verteilungsfunktion $F_X(x) = P_X(X \leq x)$ graphisch dar. (4P)

(b) Wie lautet die W–funktion $p_k = P_X(X = k)$? (4P)

(c) Bestimmen Sie $P_X(-2 < X \leq 2)$ und $P_X(-2 \leq X < 2)$. (4P)

(d) Wie lauten $E(X)$ und $Var(X)$? (8P)

---

3) Da Tagesrenditen von Aktien oft außergewöhnlich hohe oder niedrige Werte (=Ausreißer) enthalten, wird zur Modellierung anstelle der Normalverteilung die CAUCHY–Verteilung verwendet. Deren Verteilungsfunktion $F_Y(y) = P_Y(Y \leq y)$ lautet wie folgt:

$$F_Y(y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\,\arctan(y)\,,\ -\infty < y < \infty\,.$$

(a) Die Renditen X der Aktien der Münchner Rückversicherung lassen sich nach der Transformation $Y = (X - 0.0007)/0.013$ durch die CAUCHY–Verteilung annähern. Wie groß ist die W!, dass man eine Rendite von mindestens 0.04 erzielt? (8P)

(b) Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit, wenn man für die Rendite X eine $N(0.0007, 0.013)$–Verteilung annimmt? (6P)

(c) Geben Sie für das Modell in (b) jenes zentrale Intervall an, in dem die Tagesrenditen mit einer W! von 0.99 liegen.
D.h. $P(a \leq X \leq b) = 0.99$ mit $P(X < a) = P(X > b) = 0.005$. (6P)

---

4) Die gemeinsame W-Verteilung der diskreten Zufallsvariablen X und Y ist wie folgt gegeben:

X/Y	-1	0	1	
1	p	0.1		0.5
2		0.2		
	0.35			

(a) Wie lauten $E(X)$, $E(Y)$, $Var(X)$, $Var(Y)$? (8P)

(b) Bestimmen Sie p so, dass X und Y unkorreliert sind. D.h. für welchen Wert von p gilt $Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)\,E(Y) = 0$? (8P)

(c) Sind X und Y unabhängige ZV? Begründen sie Ihre Antwort. (4P)
