Prüfung aus

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik
Telematik

29. 11. 2002

---

1) Von einem Prüfungsverfahren zur Fehlerdiagnose von Schaltkreisen weiSS man, dass es mit Wahrscheinlichkeit 0.99 keinen Fehler anzeigt, wenn der Schaltkreis fehlerfrei ist und mit Wahrscheinlichkeit 0.95 einen Fehler anzeigt, wenn der Schaltkreis einen Fehler hat. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schaltkreis fehlerfrei ist, sei 0.98.

(a) Zeichnen Sie den zugehörigen W–Baum. (2P)

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Schaltkreis tatsächlich fehlerhaft, wenn das Prüfungsverfahren einen Fehler unterstellt? (4P)

(c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Schaltkreis tatsächlich fehlerfrei, wenn das Prüfungsverfahren Fehlerfreiheit angibt? (4P)

---

2) Ein fairer Würfel wird so lange geworfen bis zum ersten Mal eine Sechs erscheint.

(a) Zeichnen Sie den dazugehörigen W–Baum. (2P)

(b) Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass die Sechs erstmals beim k–ten Versuch eintritt. (2P)

(c) Wie groSS ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sechs erstmals bei einer geraden Anzahl von Versuchen eintritt? (4P)

(d) Wie lautet der Erwartungswert der Zufallsvariablen $X = \#$ ((Fehl–versuche) bis die Sechs eintritt)? (2P)

---

3) Die Dichte des jährlichen Energieverbrauchs eines Betriebes in [10^6kwh] ist gegeben durch

$$f_X(x) = cx^2(1 - 2x + x^2),\ 0 \leq x \leq 1.$$

(a) Bestimmen Sie die Konstante c. (2P)

(b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F_X(x)$. (2P)

(c) An welcher Stelle x_0 ist $f_X(x)$ maximal? Wie lautet $E(X)$? (4P)

(d) Man berechne $P_X(X > 0.8)$. (2P)

---

4) Die Dichte $f_{X,Y}(x,y)$ eines Zufallsvektors (X,Y) ist durch

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cx^2y, & 0 \le x \le 1,\ 0 < y < 2\,, \\ 0 & \text{sonst}\,. \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie die Konstante c. (3P)

(b) Wie lauten die Randdichten $f_X(x)$ und $f_Y(y)$? (3P)

(c) Sind X und Y unabhängig? (1P)

(d) Berechnen Sie $P_{X,Y}\left(0 < X \le \frac{1}{2}, 1 \le Y \le \frac{3}{2}\right)$. (3P)

---

5) Ein Erzeuger von Compactdiscs behauptet, dass 98% seiner CDs die Norm für die höchste Qualitätsstufe erreichen. Ein Abnehmer findet die Behauptung als widerlegt, wenn von $n = 12$ CDs mindestens 2 die Norm nicht erfüllen.

(a) Welcher Test liegt dieser Aussage zugrunde? Bestimmen Sie das zugehörige Signifikanzniveau α. (4P)

(b) Wie groSS ist der Fehler 2. Art in (a), wenn der wahre Anteil an hochwertigen CDs nur 90% beträgt? (4P)

(c) Von 12 CDs erfüllen 9 die Norm. Berechnen Sie ein zweiseitiges 95%–Konfidenzintervall für den Anteil p an hochwertigen CDs. (2P)

---

6) Die maximale Geschwindigkeit des Atemflusses *peak exploratory flow* (PEF) in ([l/sec]) ist ein Indikator für den Zustand der Lungenfunktion beim Menschen. Es wurden 2 Gruppen von gesunden Studenten (KörpergröSSe 1.80–1.85 m) untersucht und deren PEF-Werte im Lungenfunktionslabor gemessen. Gruppe N bestand aus $n = 60$ Nichtrauchern und Gruppe R setzte sich aus $m = 60$ Rauchern zusammen. Es ergaben sich folgende Stichprobenwerte:

$$\overline{x} = 12.5,\ s_X = 1.2, \quad \overline{y} = 12.0,\ s_Y = 1.4$$

(a) Lässt sich die Vermutung, dass Nichtraucher im Mittel bessere PEF-Werte aufweisen als Raucher zum Niveau von $\alpha = 0.05$ bestätigen?
(Annahme der Normalverteilung, Überprüfung der Voraussetzungen) (6P)

(b) Geben Sie jeweils zweiseitige 95%-Konfidenzintervalle für μ_X und μ_Y an. (4P)
