Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastische Prozesse

Übungsblatt 1

28. 10. 2003

Familienname *Vorname* *Matrikelnummer*

Geben Sie bitte an,

— welche Aufgaben Sie bearbeitet haben

— welche Aufgaben Sie an der Tafel vorführen könnten.

Bitte die entsprechenden Zellen ankreuzen.

Aufgabe	bearbeitet	Tafel	Pkte	T-Pkte
1	☐	☐		
2	☐	☐		
3	☐	☐		
4	☐	☐		
5	☐	☐		
6	☐	☐		
7	☐	☐		
8	☐	☐		
	Gesamt 1. Übungsblatt		☐	☐

1. [A 2. 13] Man simuliere in Turbo-Pascal(C++ oder in einer anderen exekutierbaren Programmiersprache) die beiden Glücksspiele des Chevalier DE MERÉ mit Hilfe des Zufallsgenerators random. Der Aufruf random () liefert einen (zufälligen) Realwert in (0,1). Ein zufälliger positiver Integerwert aus $\{0, \ldots, k-1\}$wird durch random (k) erzielt. Die Integerzahl i=random (6)+1 ist also ein Ergebnis des Zufallsexperiments *Wurf eines Würfels*. Vor der mehrmaligen Simulation eines Zufallsexperiments mit Hilfe von random ist es notwendig, einen neuen Startwert des Generators durch den Befehl randomize zu initialisieren. $\boxed{6\ \mathrm{P}}$

(a) Führen Sie das 1. Spiel *4 Würfe mit einem Würfel* in 8 Simulationsläufen mit $n = 50, 100, 200, 500$ und 1000 durch. Berechnen Sie die relative Anzahl x_i der Ereignisse *Mindestens eine Sechs bei einem Spiel* und geben Sie die Mittelwerte $\bar{x} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i$ und die Standardabweichungen $s = (\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{8}(x_i - \bar{x})^2)^{1/2}$ aus. Definieren Sie durch randomize einen neuen Startwert vor jeder Simulationsserie (d.h. die erste Simulationsserie besteht aus den acht Simulationsläufen mit 50 Wiederholungen, die zweite Simulationsserie aus den acht Simulationsläufen mit 100 Wiederholungen etc.)

(b) Simulieren Sie das 2. Spiel *24 Würfe mit zwei Würfeln* analog zu (a) und registrieren Sie die relative Anzahl der Ereignisse *Mindestens eine Doppelsechs bei einem Spiel*.

(c) Vergleichen Sie die Ereignisse in (a) und (b) mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten. Ist die Anzahl der Wiederholungen groß genug?

Hinweis: Verwenden Sie bitte nur Programmiersprachen, die **exe-Files erzeugen** und unter **Windows lauffähig** sind. Übermitteln Sie die Dateien (Quellcode, exe-File, Ergebnisfile) bis **Montag, den 27.10.03, 20 Uhr**, über Ftp wie folgt an uns:

(a) Starten eines Ftp Programmes (z.B. WS_FTP95 LE)

(b) Name des Rechners eingeben: zid.tu-graz.ac.at

(c) Username: abgabe

(d) Passwort: WS03/04

(e) Ablegen der Dateien (bezeichnet mit Familiennamen, max. 8 Zeichen) unter /incoming/wthstoch.

2. [A 2. 11] Ein Würfel zeigt die Augenzahlen 1 bis 6 mit unterschiedlichen Häufigkeiten. Aufgrund einer Versuchsreihe werden die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse festgestellt: $\boxed{2\ \mathrm{P}}$

$P(\{4,5,6\}) = \frac{2}{3}$, $P(\{2,3,4\}) = P(\{1,6\}) = \frac{5}{12}$, $P(\{1,2\}) = \frac{1}{6}$,
$P(\{1\}) = \frac{1}{12}$.

Berechnen Sie für jede Augenzahl k die Wahrscheinlichkeit $P(\{k\})$.

3. Beim Würfelpoker wird mit fünf Würfeln gleichzeitig geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf das folgende Ereignis eintritt: $\boxed{4\text{ P}}$

(a) Alle fünf Würfel zeigen gleiche Augen (*grande*).

(b) Genau vier Würfel zeigen gleiche Augen (*poker*).

(c) Die fünf Würfel weisen aufeinander folgende Augen vor (*street*).

(d) Drei Würfel zeigen gleiche Augen, die restlichen zwei sind auch gleich, aber von den vorigen drei unterschiedlich (*full house*).

(e) Drei Würfel besitzen gleiche Augen, die restlichen zwei sind verschieden (*triple*).

(f) Zwei Würfel haben die gleichen Augen, die restlichen drei sind verschieden (*pair*).

4. Es werden zwei Würfel geworfen. Sei $\boxed{4\text{ P}}$

A: *Die Summe ist zwei.*

B: *Die Summe ist sieben.*

C: *Die Summe ist gerade.*

D: *Der erste Würfel zeigt eine gerade Zahl.*

E: *Der zweite Würfel zeigt eine gerade Zahl.*

Beschreiben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten von

(a) $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(D)$ und $P(E)$,

(b) $P(C \cup E)$, $P(A \cup C)$ und $P(B \cap D)$,

(c) $P(D \setminus A)$, $P(E \setminus C)$ und $P(\bar{A} \cap C)$.

5. [A 3. 5] Im *Zahlenlotto* wählt man 6 Zahlen aus 45 Zahlen zufällig aus. Jede Auswahl sei gleich wahrscheinlich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 6 zufällig ausgewählten Zahlen ohne Beachtung der Reihenfolge $\boxed{3\text{ P}}$

(a) mit gegebenen Zahlen übereinstimmen,

(b) 5 Zahlen enthalten, die 5 von 6 gegebenen Zahlen gleichen,

(c) 4 Zahlen enthalten, die 4 von 6 gegebenen Zahlen gleichen?

6. [A 4. 6] Ein *Bridgespiel* enthält 52 Karten. Jeder der vier Spieler bekommt 13 Karten. Man berechne folgende Wahrscheinlichkeiten: $\boxed{4\text{ P}}$

(a) *Jeder* Spieler hat *einen* König.

(b) *Genau* ein Spieler hat *genau* 2 Könige.

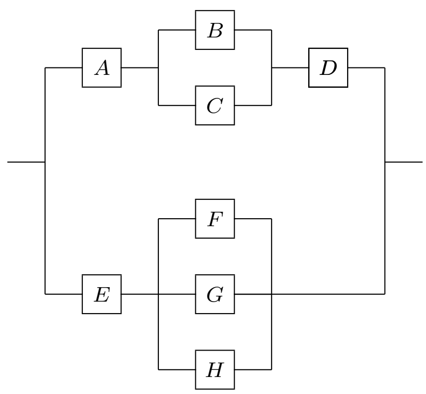
(c) *Mindestens* ein Spieler hat *genau* 2 Könige.

7. Vier Straßen führen von einem frei stehenden Gefängnis weg. Ein entflohender Sträfling wählt eine der vier Straßen zufällig aus. Auf der ersten Straße gelingt die Flucht mit Wahrscheinlichkeit 1/6, auf der vierten Straße mit Wahrscheinlichkeit 5/8. Wenn er auf der zweiten Straße (dritten Straße) flüchtet, wird er mit Wahrscheinlichkeit 1/8 (1/4) erwischt. $\boxed{3 \text{ P}}$

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Flucht gelingt?

(b) Über welche Straße ist er mit größter Wahrscheinlichkeit geflohen, wenn bekannt ist, dass die Flucht gelungen ist.

8. **[A 4. 19]** Ein System besteht aus 8 Komponenten (siehe Diagramm). Man berechne die Zuverlässigkeit des Systems, falls folgende Wahrscheinlichkeiten für das Funktionieren der Komponenten gegeben sind: $p_A = 0.90, p_B = 0.95, p_C = 0.85, p_D = 0.85, p_E = 0.98, p_F = 0.80$, $p_G = 0.95, p_H = 0.95$. $\boxed{4 \text{ P}}$



Maximal erreichbare Punkteanzahl $\boxed{30 \text{ P}}$

Abgabetermin: Spätestens am **Di. 28.10.2003 9 Uhr** in HS B oder im Sekretariat.

Besprechungstermine:

Gruppe A - H:	**Di. 28. 10. 2003**	**09:00-10:30**	**HS B**: UProf. Stadlober
Gruppe I - O:	**Di. 28. 10. 2003**	**11:00-12:30**	**HS G**: DI Kern
Gruppe P - Z:	**Di. 28. 10. 2003**	**14:00-15:30**	**HS B**: DI Kern

Bei Fragen wenden Sie sich bitte an unsere Wissenschaftliche Mitarbeiterin oder an unsere TutorInnen:

Dipl.-Ing. Sigrid Kern `kern@stat.tu-graz.ac.at`

Gordana Antic `gantic@sbox.TUGraz.at`

Radoslava Mirkov `rmirkov@sbox.TUGraz.at`

Günther Sieghartsleitner `siegh@sbox.TUGraz.at`