

**Prüfung aus**  
**Stochastische Prozesse**  
**für Informatikstudien**  
**(506.007)**  
**07. 03. 2008**

---

- 1) Die Anzahl der ankommenden Kunden  $N_t$  am Schalter einer Bank folge einem Poisson Prozess mit Rate  $\lambda = 10$  Kunden pro Stunde.
- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt in 15 Minuten kein einziger Kunde? (4P)
  - (b) Wir wissen bereits, dass in einer Stunde 8 Kunden angekommen sind. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass in der nächsten Stunde 6 Kunden ankommen werden? (4P)
  - (c) Innerhalb von 30 Minuten sind 4 Kunden angekommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind 3 dieser 4 bereits innerhalb der ersten 15 Minuten angekommen? (6P)
  - (d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der 3. Kunde erst nach 30 Minuten ankommt. (6P)
- 

- 2) Sei  $\{X_n | n \in \mathbb{N}_0\}$  eine homogene MARKOV-Kette mit Zustandsraum  $\mathcal{Z} = \{0, 1, 2\}$ . Die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten sei gegeben durch

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

- (a) Zeichnen Sie den dazugehörigen Übergangsgraphen und zeigen Sie, dass es sich um eine reguläre MARKOV-Kette handelt. (8P)
  - (b) Bestimmen Sie  $P(X_2 = 2 | X_1 = 1, X_0 = 1)$  und  $P(X_2 = 2, X_1 = 1 | X_0 = 1)$ . (4P)
  - (c) Bestimmen Sie die Grenzverteilung und die mittleren Rückkehrzeiten für jeden Zustand. (8P)
-