

Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatikstudien

506.000

ÜBUNGSBLATT 1

03. Nov. 2009

1. [A 2.1] 120 TelematikstudentInnen im 3. Semester werden befragt, welche der Vorlesungen A, D, W sie regelmäßig besuchen. Die Befragung ergab folgendes Ergebnis:

67 besuchen A , 58 besuchen D , 63 besuchen W ,

32 besuchen A und D , 44 besuchen A und W , 36 besuchen D und W

24 besuchen A und D und W .

Es wird ein Student zufällig ausgewählt. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, dass er folgende Vorlesungen besucht:

- (a) Nur W , (b) Nur (A oder D), (c) Keine,
(d) Höchstens eine, (e) Genau zwei, (f) Mindestens zwei.

Hinweis: Stellen Sie die Situation in einem Venn-Diagramm dar.

2. [A 2.10] Ein Würfel werde *zwei Mal* geworfen. Definieren Sie den dazugehörigen Ω -Raum und berechnen sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse.

- (a) Die beiden Augenzahlen haben keinen gemeinsamen Faktor (= Teiler, z.B.: $6 = 2 \cdot 3$) größer als eins.
(b) Die Summe der Augenzahlen ist 2, 3 oder 12.
(c) Das Produkt der Augenzahlen ist ungerade.
(d) Der erste Wurf zeigt eine kleinere Augenzahl als der zweite.
(e) Es werden verschiedene Augenzahlen geworfen und die kleinere ist gleich r , $1 \leq r \leq 5$.

3. [A 2.12] Um bei einem Brettspiel wie *Mensch ärgere dich nicht* beginnen zu können, ist es zuerst notwendig mit dem Würfel eine *Sechs* zu werfen.

- (a) Zeichnen Sie einen Wahrscheinlichkeitsbaum für das Zufallsexperiment *Werfen des Würfels bis zum ersten Mal die Sechs kommt*.
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit die *erste Sechs beim dritten Versuch* zu werfen?
- (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man für die erste Sechs *mehr als drei Versuche* benötigt?
- (d) Sei A_n das Ereignis, dass erst beim n -ten Versuch eine Sechs gewürfelt wird. Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses ($P(A_n)$). Wann ist $P(A_n)$ am größten?
- (e) Nach wie vielen Versuchen ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Sechs geworfen wurde zumindest 0.95?

4. [A 3.4]

1. Man plaziere

- (a) 7 schwarzfeldrige Läufer,
- (b) 8 schwarzfeldrige Läufer,
- (c) 8 Türme

zufällig auf ein Schachbrett (LAPLACE-Experiment). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine Figur eine andere schlagen kann?

Hinweis: In (a) und (b) dürfen keine zwei Läufer auf ein- und derselben Diagonalen stehen. In (c) dürfen keine zwei Türme auf ein- und derselben Vertikalen stehen.

5. [A 3.11]

2. Gegeben seien ein Parallelrechner mit $n \geq 2$ Prozessoren und $k \geq 1$ voneinander nicht unterscheidbare Jobs.

- (a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, diese Jobs auf die einzelnen Prozessoren zu verteilen, wenn jedem Prozessor auch mehrere Jobs zugeteilt werden dürfen?
- (b) Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass
 - i. der erste Prozessor keinen
 - ii. jeder Prozessor mindestens einen
 - iii. mindestens ein Prozessor keinen
 - iv. genau ein Prozessor keinenJob zugeteilt bekommt.
- (c) Nun seien $n = 4$ und $k = 11$. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Prozessor 3, der zweite 4, der dritte 3 und der vierte 1 Job(s) zugeteilt bekommt.

6. [A 4.5] Das Blatt beim *Bauernschnapsen* besteht aus 20 Karten (4 Farben mit je 5 Karten: Unter, Ober, König, Zehn, Ass). Jeder der vier Spieler erhält 5 Karten. Man berechne folgende Wahrscheinlichkeiten:
- Jeder Spieler hat *ein* Ass.
 - Genau* ein Spieler hat *genau* zwei Asse.
 - Mindestens* ein Spieler hat *genau* zwei Asse.
 - Ein Spieler hat drei Asse.
7. [A 4.10] Ein Team von drei StudentInnen, Lukas, Georg und Susanne, beantwortet Fragen bei einem Quiz. Eine Frage wird von Lukas mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$, von Georg mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ und von Susanne mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ beantwortet. Die Wahrscheinlichkeiten für richtige Antworten sind: Lukas $\frac{4}{5}$, Georg und Susanne jeweils $\frac{3}{5}$.
- Zeichnen Sie den dazugehörigen W-Baum.
 - Wie groß ist die W!, dass das Team eine Frage richtig beantwortet?
 - Das Team hat falsch geantwortet. Mit welcher W! war das Georg?
 - Es werden 10 Fragen gestellt. Wie groß ist die W!, dass vom Team mindestens 8 Fragen richtig beantwortet werden?
8. [A 4.28] In einer Bevölkerungsschicht leidet ein Anteil p an einer bestimmten Krankheit. Ein medizinischer Test erkennt die vorhandene Krankheit zu 95% (*richtig positiv*), diagnostiziert aber die Krankheit auch bei gesunden Personen mit einer W! von 3% (*falsch positiv*).
- Zeichnen Sie den W-Baum.
 - Man testet eine zufällig gewählte Person. Wie groß ist die W! eines positiven Ergebnisses?
 - Das Testergebnis einer Person ist positiv. Mit welcher W! ist diese Person tatsächlich krank?
 - Wie groß muss der Anteil p der kranken Personen mindestens sein, damit die W! in (c) größer als 0.9 wird?

Lösungen

$$1a) \frac{7}{120} \quad b) \frac{29}{120} \quad c) \frac{20}{120} \quad d) \frac{56}{120} \quad e) \frac{40}{120} \quad f) \frac{64}{120}$$

$$2a) \frac{23}{36} \quad b) \frac{4}{36} \quad c) \frac{9}{36} \quad d) \frac{15}{36} \quad e) \frac{6-r}{18}$$

$$3b) 0.116 \quad c) 0.579 \quad d) \text{Beim ersten Mal} \quad e) 17$$

$$4a) 16 / \binom{32}{7} \quad b) 0 \quad c) 8! / \binom{64}{8}$$

$$5a) \binom{n+k-1}{n-1}, \quad b) i) \binom{n+k-2}{k} / 5a), \quad ii) \binom{k-1}{n-1} / \binom{n+k-1}{n-1},$$

$$iii) 1 - ii), \quad iv) n \binom{k-1}{n-2} / \binom{n+k-1}{n-1}, \quad c) \binom{14}{11}^{-1}$$

$$6a) 0.1289 \quad b) 0.619195 \quad c) 0.743 \quad d) 0.1238$$

$$7b) \frac{7}{10} \quad c) \frac{4}{9} \quad d) 0.3827$$

$$8b) p \times 0.95 + (1-p)0.03 \quad c) \frac{p \times 0.95}{p \times 0.95 + (1-p)0.03} \quad d) \min. 0.2213$$

Besprechungstermine:

Gruppe 1: Di. 03. 11. 2009 11:45 - 13:15 HS G: Prof. Stadlober

Gruppe 2: Di. 03. 11. 2009 11:45 - 13:15 HS G: DI Jirak

Gruppe 3: Di. 03. 11. 2009 14:15 - 15:45 HS B: DI Jirak

Bei Fragen wenden Sie sich bitte an:

Moritz Jirak m0ritz@yahoo.com

Markus Zahrnhofer markus.zahrnhofer@student.tugraz.at

Markus Kügerl kuegerl@student.TUGraz.at

Brigitte Pfeiler b.pfeiler@student.TUGraz.at

Lisa Stadlmüller lisa86@sbox.TuGraz.at